Terminale Spécialité · Baccalauréat blanc

Bac blanc n°1

Calculatrice en mode examen autorisée Durée : 4 heures 4 exercices 20 points

Exercice 1 — 5 points

Baccalauréat Asie, 12 juin 2025, sujet 2 — exercice 1

Toutes les probabilités, sauf indication contraire, seront arrondies à 10^{-3} dans cet exercice.

« Le virus du chikungunya, transmis à l'homme par la piqûre du moustique tigre provoque chez les patients des douleurs articulaires aiguës qui peuvent être persistantes. En 2005, une importante épidémie de chikungunya a touché les îles de l'Océan Indien et notamment l'île de La Réunion, avec plusieurs centaines de milliers de cas déclarés. En 2007, la maladie a fait son apparition en Europe, puis fin 2013, aux Antilles et a atteint le continent américain en 2014 ».
(https://www.pasteur.fr/fr/centre-medical/fiches-maladies/chikungunya)

Un test a été mis au point pour le dépistage de ce virus.
Le laboratoire fabriquant ce test fournit les caractéristiques suivantes :

— la probabilité qu'un individu atteint par le virus ait un test positif est de 0,999 ;

— la probabilité qu'un individu non atteint par le virus ait un test positif est de 0,005.

On procède à un test de dépistage systématique dans une population cible.
Un individu est choisi au hasard dans cette population. On appelle :

— M l'évènement : « l'individu choisi est atteint du chikungunya » ;

— T l'évènement : « le test de l'individu choisi est positif ».

On considère que le test est *fiable* lorsque la probabilité qu'un individu ayant un test positif soit atteint par le virus est supérieure à 0,95.

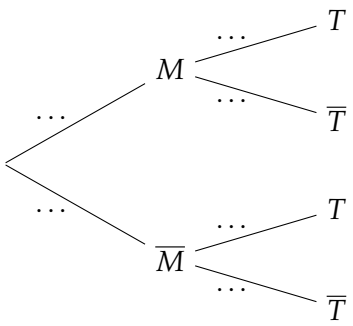
Partie A : Étude d'un exemple

1. Donner les probabilités $P_M(T)$ et $P_{\overline{M}}(T)$.

« En mars 2005, l'épidémie s'est propagée rapidement dans l'île de La Réunion, avec une flambée importante entre fin avril et début juin puis une persistance de la transmission virale durant l'hiver austral. Au total, 270 000 personnes ont été infectées pour une population totale de 750 000 individus ».
(https://www.pasteur.fr/fr/centre-medical/fiches-maladies/chikungunya)
Fin 2005, le laboratoire a effectué un test de dépistage massif de la population de l'île de La Réunion.
Dans cette partie, la population cible est donc la population de l'île de La Réunion.

2. Donner la valeur exacte de $P(M)$.

3. Recopier et compléter l'arbre pondéré donné ci-dessous.



4. Calculer la probabilité qu'un individu soit atteint par le virus et ait un test positif.

5. Calculer la probabilité qu'un individu ait un test positif.

6. Calculer la probabilité qu'un individu ayant un test positif soit atteint par le virus.

7. Peut-on estimer que ce test est fiable ? Argumenter.

Partie B : Dépistage sur une population cible

Dans cette partie, on note p la proportion de personnes atteintes par le virus du chikungunya dans une population cible.
On cherche ici à tester la fiabilité du test de ce laboratoire en fonction de p.

1. Recopier, en l'adaptant, l'arbre pondéré de la question A3 en tenant compte des nouvelles données.

2. Exprimer la probabilité $P(T)$ en fonction de p.

3. Montrer que $P_T(M) = \dfrac{999p}{994p + 5}$.

4. Pour quelles valeurs de p peut-on considérer que ce test est fiable ?

Partie C : Étude sur un échantillon

Pendant l'épidémie, on admet que la probabilité d'être atteint du chikungunya sur l'île de La Réunion est de 0,36.
On considère un échantillon de n individus choisis au hasard, en assimilant ce choix à un tirage au sort avec remise. On désigne par X la variable aléatoire dénombrant le nombre d'individus infectés dans cet échantillon parmi les n tirés au sort.
On admet que X suit une loi binomiale de paramètres n et $p = 0{,}36$.
Déterminer à partir de combien d'individus n la probabilité de l'évènement « au moins un des n habitants de cet échantillon est atteint par le virus » est supérieure à 0,99. Expliquer la démarche.

Exercice 2 — 5 points

Baccalauréat Amérique du Nord, 21 mai 2025, jour 1 — exercice 2

On considère la suite numérique (u_n) définie par son premier terme $u_0 = 2$ et pour tout entier naturel n, par :

$$u_{n+1} = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2}.$$

On admet que la suite (u_n) est bien définie.

1. Calculer le terme u_1.

2. On définit la suite (a_n) pour tout entier naturel n, par :

$$a_n = \frac{u_n}{u_n - 1}.$$

On admet que la suite (a_n) est bien définie.

a. Calculer a_0 et a_1.

b. Démontrer que, pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 3a_n - 1$.

c. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1,

$$a_n \geqslant 3n - 1.$$

d. En déduire la limite de la suite (a_n).

3. On souhaite étudier la limite de la suite (u_n).

a. Démontrer que pour tout entier naturel n, $u_n = \dfrac{a_n}{a_n - 1}$.

b. En déduire la limite de la suite (u_n).

4. On admet que la suite (u_n) est décroissante.
On considère le programme suivant écrit en langage Python :

```
def algo(p):
  u = 2
  n = 0
  while u-1 > p:
    u = (2*u+1)/(u+2)
    n = n+1
  return (n, u)
```

a. Interpréter les valeurs `n` et `u` renvoyées par l'appel de la fonction `algo(p)` dans le contexte de l'exercice.

b. Donner, sans justifier, la valeur de n pour $p = 0{,}001$.

Exercice 3 — 5 points

Baccalauréat Métropole, 18 juin 2025, sujet 2 — exercice 2

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$. On considère :

- les points $A(-1\,;2\,;1)$, $B(1\,;-1\,;2)$ et $C(1\,;1\,;1)$;
- la droite d dont une représentation paramétrique est donnée par :

$$d\ :\ \begin{cases} x &= \frac{3}{2}+2t \\ y &= 2+t \\ z &= 3-t \end{cases} \qquad \text{avec } t\in\mathbb{R}\,;$$

- la droite d' dont une représentation paramétrique est donnée par :

$$d'\ :\ \begin{cases} x &= s \\ y &= \frac{3}{2}+s \\ z &= 3-2s \end{cases} \qquad \text{avec } s\in\mathbb{R}.$$

Partie A

1. Montrer que les droites d et d' sont sécantes au point $S\left(-\frac{1}{2}\,;1\,;4\right)$.

2. **a.** Montrer que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\2\\4\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (ABC).

b. En déduire qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est :

$$x+2y+4z-7=0.$$

3. Démontrer que les points A, B, C et S ne sont pas coplanaires.

4. **a.** Démontrer que le point $H(-1\,;0\,;2)$ est le projeté orthogonal de S sur le plan (ABC).

b. En déduire qu'il n'existe aucun point M du plan (ABC) tel que $SM<\dfrac{\sqrt{21}}{2}$.

Partie B

On considère un point M appartenant au segment [CS]. On a donc $\overrightarrow{CM}=k\overrightarrow{CS}$ avec k réel de l'intervalle $[0\,;1]$.

1. Déterminer les coordonnées du point M en fonction de k.

2. Existe-t-il un point M sur le segment [CS] tel que le triangle (MAB) soit rectangle en M ?

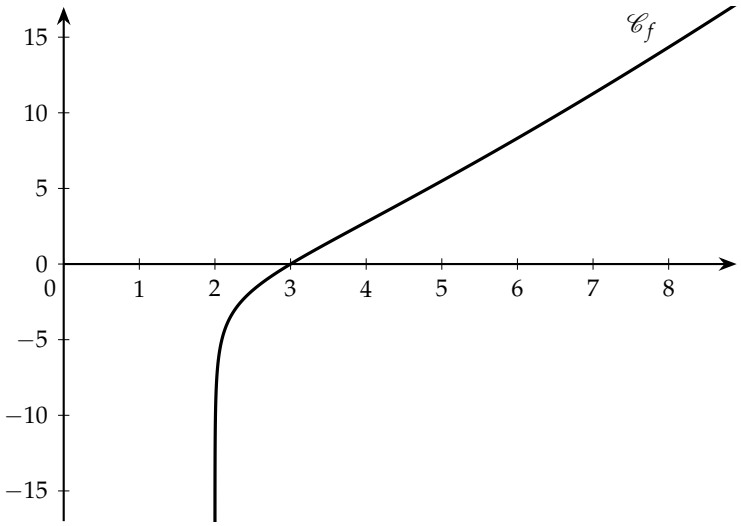
Exercice 4 — 5 points

Baccalauréat Polynésie, 18 juin 2025, sujet 2 — exercice 2

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]2\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = x\ln(x-2).$$

Une partie de la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ de la fonction f est donnée ci-dessous.



1. Conjecturer, à l'aide du graphique, le sens de variation de f, ses limites aux bornes de son ensemble de définition ainsi que les éventuelles asymptotes.

2. Résoudre l'équation $f(x) = 0$ sur $]2\,;\,+\infty[$.

3. Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} f(x)$.
Ce résultat confirme-t-il l'une des conjectures faites à la question 1 ?

4. Démontrer que pour tout x appartenant à $]2\,;\,+\infty[$:

$$f'(x) = \ln(x-2) + \frac{x}{x-2}.$$

5. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]2\,;\,+\infty[$ par $g(x) = f'(x)$.

a. Démontrer que pour tout x appartenant à $]2\,;\,+\infty[$, on a :

$$g'(x) = \frac{x-4}{(x-2)^2}.$$

b. On admet que $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} g(x) = +\infty$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$.
En déduire le tableau des variations de la fonction g sur $]2\,;\,+\infty[$. On fera apparaître la valeur exacte de l'extremum de la fonction g.

c. En déduire que, pour tout x appartenant à $]2\,;\,+\infty[$, $g(x) > 0$.

d. En déduire le sens de variation de la fonction f sur $]2\,;\,+\infty[$.

6. Étudier la convexité de la fonction f sur $]2\,;\,+\infty[$ et préciser les coordonnées d'un éventuel point d'inflexion de la courbe représentative de la fonction f.

7. Combien de valeurs de x existe-t-il pour lesquelles la courbe représentative de f admet une tangente de coefficient directeur égal à 3 ?