Terminale Spécialité · Baccalauréat blanc

Bac blanc n°2

Calculatrice en mode examen autorisée Durée : 4 heures 4 exercices 20 points

Exercice 1 — 4 points

Baccalauréat Métropole, 9 septembre 2025, sujet 1 — exercice 4

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.
Chaque réponse doit être justifiée.
Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

Un musée propose des visites avec ou sans audioguide. Les billets peuvent être achetés en ligne ou directement au guichet.

1. Lorsqu'une personne achète son billet en ligne, un code de validation lui est envoyé par SMS afin qu'elle confirme son achat.
Ce code est généré de façon aléatoire et est constitué de 4 chiffres deux à deux distincts, le premier chiffre étant différent de 0.

Affirmation 1 : Le nombre de codes différents pouvant être générés est 5 040.

2. Une étude a permis de considérer que :

— la probabilité qu'une personne choisisse l'audioguide sachant qu'elle a acheté son billet en ligne est égale à 0,8 ;

— la probabilité qu'une personne achète son billet en ligne est égale à 0,7 ;

— la probabilité qu'une personne opte pour une visite sans audioguide est égale à 0,32.

Affirmation 2 : La probabilité qu'un visiteur ne prenne pas l'audioguide sachant qu'il a acheté son billet au guichet est supérieure à deux tiers.

3. On choisit au hasard 12 visiteurs de ce musée.
On suppose que le choix de l'option « audioguide » est indépendant d'un visiteur à l'autre.

Affirmation 3 : La probabilité qu'exactement la moitié de ces visiteurs opte pour l'audioguide est égale à $924 \times 0{,}2176^6$.

4. Lorsqu'une personne dispose d'un audioguide, elle peut choisir parmi trois parcours :

— un premier d'une durée de cinquante minutes,

— un deuxième d'une durée d'une heure et vingt minutes,

— un troisième d'une durée d'une heure et quarante minutes.

Le temps de parcours peut être modélisé par une variable aléatoire X dont la loi de probabilité est donnée ci-dessous :

x_i	50 min	1 h 20 min	1 h 40 min
$P(X = x_i)$	0,1	0,6	0,3

Affirmation 4 : L'espérance de X est 77 minutes.

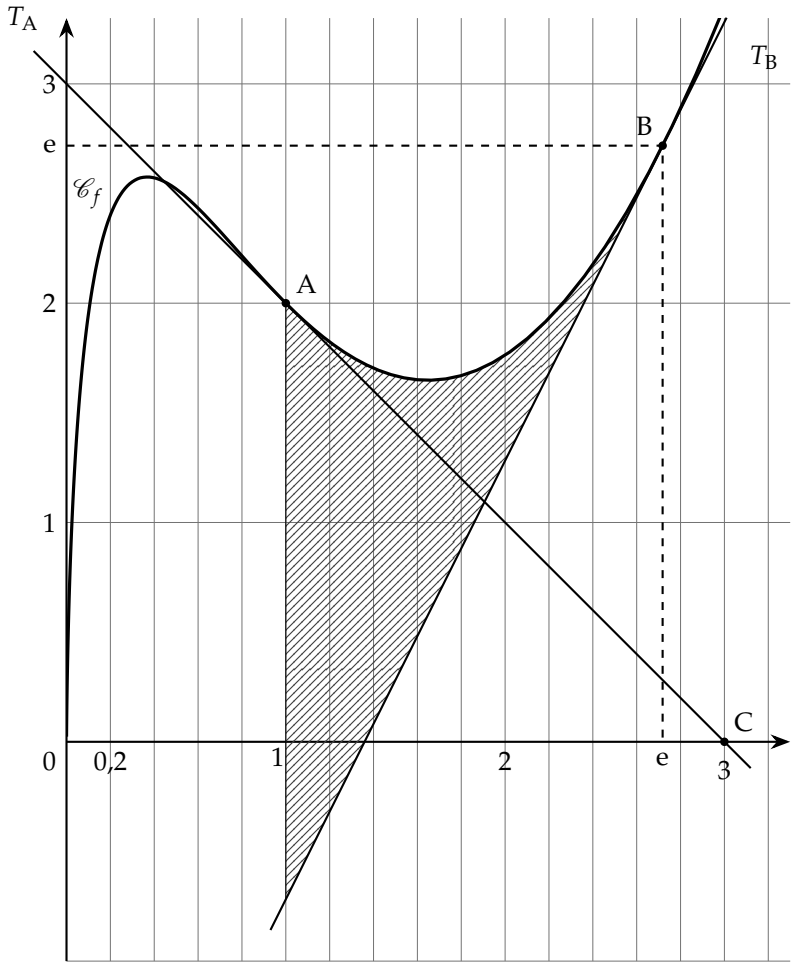
Exercice 2 — 6 points

Baccalauréat Métropole, 17 juin 2025, sujet 1 — exercice 2

On considère une fonction f définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$. On admet qu'elle est deux fois dérivable sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$. On note f' sa fonction dérivée et f'' sa fonction dérivée seconde.
Dans un repère orthogonal, on a tracé ci-dessous :

- la courbe représentative de f, notée $\mathscr{C}_f$, sur l'intervalle $]0\,;3]$;
- la droite T_{A}, tangente à $\mathscr{C}_f$ au point $\text{A}(1\,;2)$;
- la droite T_{B}, tangente à $\mathscr{C}_f$ au point $\text{B}(\text{e}\,;\text{e})$.

On précise par ailleurs que la tangente T_{A} passe par le point $\text{C}(3\,;0)$.



Partie A : Lectures graphiques

On répondra aux questions suivantes en les justifiant à l'aide du graphique.

1. Déterminer le nombre dérivé $f'(1)$.

2. Combien de solutions l'équation $f'(x) = 0$ admet-elle dans l'intervalle $]0\,;3]$?

3. Quel est le signe de $f''(0{,}2)$?

Partie B : étude de la fonction f

On admet dans cette partie que la fonction f est définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par

$$f(x) = x\left[2(\ln x)^2 - 3\ln x + 2\right]$$

où ln désigne la fonction logarithme népérien.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2X^2 - 3X + 2 = 0$.
   En déduire que $\mathscr{C}_f$ ne coupe pas l'axe des abscisses.
2. Déterminer, en justifiant, la limite de f en $+\infty$.
   On admettra que la limite de f en 0 est égale à 0.
3. On admet que pour tout x appartenant à $]0\,;+\infty[$, $f'(x) = 2(\ln x)^2 + \ln x - 1$.
   a. Montrer que pour tout x appartenant à $]0\,;+\infty[$, $f''(x) = \dfrac{1}{x}(4\ln x + 1)$.
   b. Étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ et préciser la valeur exacte de l'abscisse du point d'inflexion.
   c. Montrer que la courbe $\mathscr{C}_f$ est au-dessus de la tangente T_B sur l'intervalle $]1\,;+\infty[$.

Partie C : Calcul d'aire

1. Justifier que la tangente T_B a pour équation réduite $y = 2x - \mathrm{e}$.
2. À l'aide d'une intégration par parties, montrer que
$$\int_1^{\mathrm{e}} x\ln x\,\mathrm{d}x = \frac{\mathrm{e}^2+1}{4}.$$
3. On note $\mathscr{A}$ l'aire du domaine hachuré sur la figure, délimité par la courbe $\mathscr{C}_f$, la tangente T_B, et les droites d'équation $x = 1$ et $x = \mathrm{e}$.
   On admet que $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} x(\ln x)^2\,\mathrm{d}x = \frac{\mathrm{e}^2-1}{4}$.
   En déduire la valeur exacte de $\mathscr{A}$ en unité d'aire.

Exercice 3 — 4 points

Baccalauréat Nouvelle-Calédonie, 20 novembre 2025, jour 1 — exercice 2

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$, on considère les points :

$$\mathrm{A}(4\,;-4\,;4),\qquad \mathrm{B}(5\,;-3\,;2),\qquad \mathrm{C}(6\,;-2\,;3),\qquad \mathrm{D}(5\,;1\,;1).$$

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.
2. Justifier qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est :
$$x - y - 8 = 0.$$
3. On note d la droite passant par le point D et orthogonale au plan (ABC).
   a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite d.
   b. On note H le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC).
   Déterminer les coordonnées du point H.
   c. Montrer que $\mathrm{DH} = 2\sqrt{2}$.
4. a. Montrer que le volume de la pyramide ABCD est égal à 2.
   On rappelle que le volume V d'une pyramide se calcule à l'aide de la formule :
$$V = \frac{1}{3}\times\mathscr{B}\times h$$
   où $\mathscr{B}$ est l'aire d'une base de la pyramide et h la hauteur correspondante.
   b. On admet que l'aire du triangle BCD est égale à $\dfrac{\sqrt{42}}{2}$.
   En déduire la valeur exacte de la distance du point A au plan (BCD).

Exercice 4 — 6 points

Baccalauréat Métropole, 18 juin 2025, sujet 2 — exercice 4

L'objet de cet exercice est l'étude de l'arrêt d'un chariot sur un manège, à partir du moment où il entre dans la zone de freinage en fin de parcours.
On note t le temps écoulé, exprimé en seconde, à partir du moment où le chariot arrive sur la zone de freinage.
On modélise la distance parcourue par le chariot dans la zone de freinage, exprimée en mètre, en fonction de t, à l'aide d'une fonction notée d définie sur $[0\,;+\infty[$.
On a ainsi $d(0) = 0$.
Par ailleurs, on admet que cette fonction d est dérivable sur son ensemble de définition. On note d' sa fonction dérivée.

Partie A

Sur la figure (Fig. 2) ci-dessous, on a tracé dans un repère orthonormé :

- la courbe représentative $\mathscr{C}_d$ de la fonction d ;
- la tangente T à la courbe $\mathscr{C}_d$ au point A d'abscisse 4,7 ;
- l'asymptote Δ à $\mathscr{C}_d$ en $+\infty$.

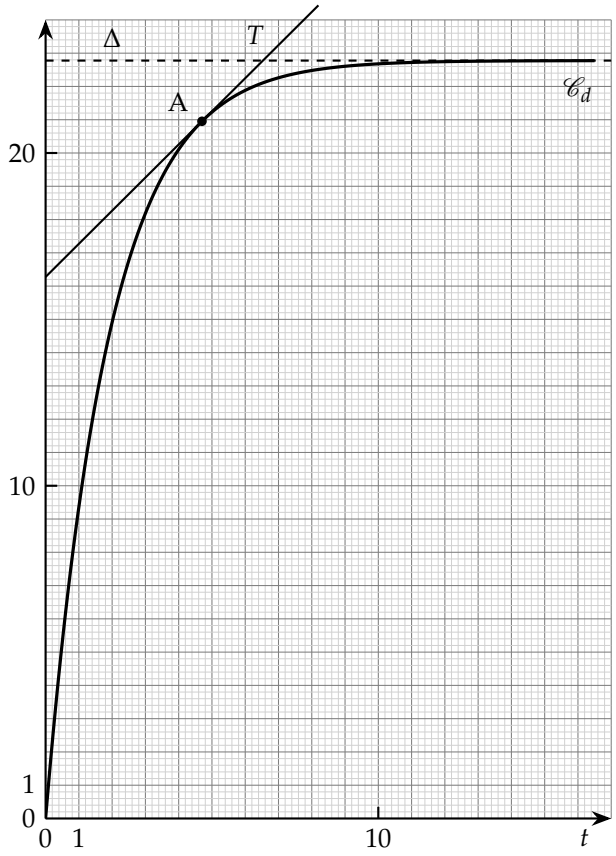


Fig. 2

Dans cette partie, aucune justification n'est attendue.
Avec la précision que permet le graphique, répondre aux questions ci-dessous.
D'après ce modèle :

1. Au bout de combien de temps le chariot aura-t-il parcouru 15 m dans la zone de freinage ?

2. Quelle longueur minimale doit être prévue pour la zone de freinage ?

3. Que vaut $d'(4{,}7)$? Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie B

On rappelle que t désigne le temps écoulé, en seconde, à partir du moment où le chariot arrive sur la zone de freinage.
On modélise la vitesse instantanée du chariot, en mètre par seconde $\left(\text{m.s}^{-1}\right)$, en fonction de t, par une fonction v définie sur $[0\,;+\infty[$.
On admet que :

- la fonction v est dérivable sur son ensemble de définition, et on note v' sa fonction dérivée ;
- la fonction v est une solution de l'équation différentielle

$$(E)\ :\quad y' + 0{,}6y = \mathrm{e}^{-0{,}6t},$$

où y est une fonction inconnue et où y' est la fonction dérivée de y.
On précise de plus que, lors de son arrivée sur la zone de freinage, la vitesse du chariot est égale à 12 m.s^{-1}, c'est-à-dire $v(0) = 12$.

1. **a.** On considère l'équation différentielle $(E')\ :\ y' + 0{,}6y = 0$.
Déterminer les solutions de l'équation différentielle (E') sur $[0\,;+\infty[$.

b. Soit g la fonction définie sur $[0\,;+\infty[$ par $g(t) = t\mathrm{e}^{-0{,}6t}$.
Vérifier que la fonction g est une solution de l'équation différentielle (E).

c. En déduire les solutions de l'équation différentielle (E) sur $[0\,;+\infty[$.

d. En déduire que pour tout réel t appartenant à l'intervalle $[0\,;+\infty[$, on a : $v(t) = (12+t)\mathrm{e}^{-0{,}6t}$.

2. Dans cette question, on étudie la fonction v sur $[0\,;+\infty[$.

a. Montrer que pour tout réel $t \in [0\,;+\infty[$, $v'(t) = (-6{,}2 - 0{,}6t)\mathrm{e}^{-0{,}6t}$.

b. En admettant que :

$$v(t) = 12\mathrm{e}^{-0{,}6t} + \frac{1}{0{,}6} \times \frac{0{,}6t}{\mathrm{e}^{0{,}6t}},$$

déterminer la limite de v en $+\infty$.

c. Étudier le sens de variation de la fonction v et dresser son tableau de variation complet. Justifier.

d. Montrer que l'équation $v(t) = 1$ admet une solution unique α, dont on donnera une valeur approchée au dixième.

3. Lorsque la vitesse du chariot est inférieure ou égale à 1 mètre par seconde, un système mécanique se déclenche permettant son arrêt complet.
Déterminer au bout de combien de temps ce système entre en action. Justifier.

Partie C

On rappelle que pour tout réel t appartenant à l'intervalle $[0\,;+\infty[$: $v(t) = (12+t)\mathrm{e}^{-0{,}6t}$.
On admet que pour tout réel t dans l'intervalle $[0\,;+\infty[$: $d(t) = \displaystyle\int_0^t v(x)\,\mathrm{d}x$.

1. À l'aide d'une intégration par parties, montrer que la distance parcourue par le chariot entre les instants 0 et t est donnée par :

$$d(t) = \mathrm{e}^{-0{,}6t}\left(-\frac{5}{3}t - \frac{205}{9}\right) + \frac{205}{9}.$$

2. On rappelle que le dispositif d'arrêt se déclenche lorsque la vitesse du chariot est inférieure ou égale à 1 mètre par seconde.
Déterminer, selon ce modèle, une valeur approchée au centième de la distance parcourue par le chariot dans la zone de freinage avant le déclenchement de ce dispositif.