Terminale Spécialité · Baccalauréat blanc

Bac blanc n°3

Calculatrice en mode examen autorisée Durée : 4 heures 4 exercices 20 points

Exercice 1 — 5 points

Baccalauréat Amérique du Nord, 22 mai 2025, sujet 2 — exercice 1

Au basket-ball, il est possible de marquer des paniers rapportant un point, deux points ou trois points. Les parties **A** et **B** sont indépendantes.

Partie A

L'entraineur d'une équipe de basket décide d'étudier les statistiques de réussite des lancers de ses joueurs. Il constate qu'à l'entrainement, lorsque Victor tente un panier à trois points, il le réussit avec une probabilité de 0,32.
Lors d'un entrainement, Victor effectue une série de 15 lancers à trois points. On suppose que ces lancers sont indépendants.

On note N la variable aléatoire qui donne le nombre de paniers marqués.

Les résultats des probabilités demandées seront, si nécessaire, arrondis au millième.

1. On admet que la variable aléatoire N suit une loi binomiale. Préciser ses paramètres.
2. Calculer la probabilité que Victor réussisse exactement 4 paniers lors de cette série.
3. Déterminer la probabilité que Victor réussisse au plus 6 paniers lors de cette série.
4. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire N.
5. On note T la variable aléatoire qui donne le nombre de **points** marqués après cette série de lancers.
   a. Exprimer T en fonction de N.
   b. En déduire l'espérance de la variable aléatoire T. Donner une interprétation de cette valeur dans le contexte de l'exercice.
   c. Calculer $P(12 \leqslant T \leqslant 18)$.

Partie B

On note X la variable aléatoire donnant le nombre de points marqués par Victor lors d'un match.

On admet que l'espérance $E(X) = 22$ et la variance $V(X) = 65$.

Victor joue n matchs, où n est un nombre entier strictement positif.
On note $X_1, X_2, \ldots, X_n$ les variables aléatoires donnant le nombre de points marqués au cours des $1^{\text{er}}, 2^{\text{e}}, \ldots, n$-ième matchs. On admet que les variables aléatoires $X_1, X_2, \ldots, X_n$ sont indépendantes et suivent la même loi que celle de X.

On pose $\quad M_n = \dfrac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}$.

1. Dans cette question, on prend $n = 50$.
   a. Que représente la variable aléatoire M_{50} ?
   b. Déterminer l'espérance et la variance de M_{50}.
   c. Démontrer que $P\left(|M_{50} - 22| \geqslant 3\right) \leqslant \dfrac{13}{90}$.
   d. En déduire que la probabilité de l'évènement « $19 < M_{50} < 25$ » est strictement supérieure à 0,85.

2. Indiquer, en justifiant, si l'affirmation suivante est vraie ou fausse :
« Il n'existe aucun entier naturel n tel que $P\big(|M_n - 22| \geqslant 3\big) < 0{,}01$ ».

Exercice 2 — Q.C.M. — 4 points

Baccalauréat Centres étrangers, 12 juin 2025, sujet 1 — exercice 2

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple. Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Les quatre questions sont indépendantes.
Pour chaque question, une seule réponse correcte. Aucune justification n'est demandée.
Dans tout l'exercice, on considère que l'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath},\,\vec{k}\right)$.
On considère :

- les points $\mathrm{A}(-3\,;\,1\,;\,4)$ et $\mathrm{B}(1\,;\,5\,;\,2)$
- le plan $\mathcal{P}$ d'équation cartésienne $4x + 4y - 2z + 3 = 0$
- la droite (d) dont une représentation paramétrique est $\begin{cases} x &= -6 + 3t \\ y &= 1 \\ z &= 9 - 5t \end{cases}$, où $t \in \mathbb{R}$.

1. Les droites (AB) et (d) sont :

a. sécantes non perpendiculaires.
b. perpendiculaires.
c. non coplanaires.
d. parallèles.

2. La droite (AB) est :

a. incluse dans le plan $\mathcal{P}$.
b. strictement parallèle au plan $\mathcal{P}$.
c. sécante et non orthogonale au plan $\mathcal{P}$.
d. orthogonale au plan $\mathcal{P}$.

3. On considère le plan $\mathcal{P}'$ d'équation cartésienne $2x + y + 6z + 5 = 0$.
Les plans $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ sont :

a. sécants et non perpendiculaires.
b. perpendiculaires.
c. confondus.
d. strictement parallèles.

4. On considère le point $\mathrm{C}(0\,;\,1\,;\,-1)$. La valeur de l'angle $\widehat{\mathrm{BAC}}$ arrondie au degré est :

a. $90°$ **b.** $51°$ **c.** $39°$ **d.** $0°$

Exercice 3 — 5 points

Baccalauréat Amérique du Nord, 22 mai 2025, sujet 2 — exercice 4

On désigne par f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,\pi]$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^x \sin(x).$$

On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère.

Partie A

1. **a.** Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,\pi]$,

$$f'(x) = \mathrm{e}^x\big[\sin(x) + \cos(x)\big].$$

b. Justifier que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $\left[0\,;\,\dfrac{\pi}{2}\right]$.

2. **a.** Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0.

b. Démontrer que la fonction f est convexe sur l'intervalle $\left[0\,;\,\dfrac{\pi}{2}\right]$.

c. En déduire que pour tout réel x de l'intervalle $\left[0\,;\,\dfrac{\pi}{2}\right]$, $\mathrm{e}^x \sin(x) \geqslant x$.

3. Justifier que le point d'abscisse $\dfrac{\pi}{2}$ de la courbe représentative de la fonction f est un point d'inflexion.

Partie B

On note

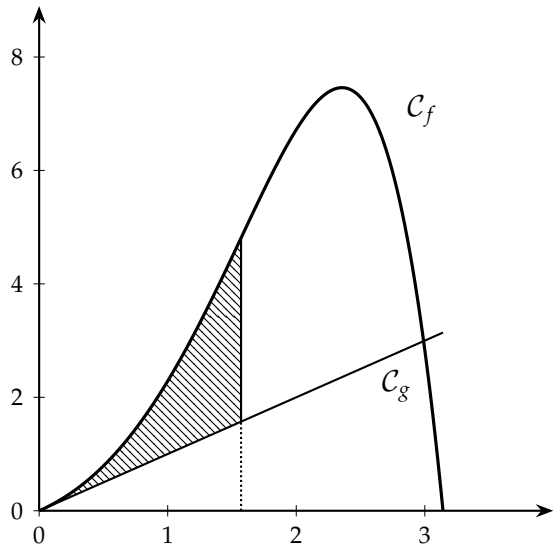
$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{e}^x \sin(x)\,\mathrm{d}x \qquad \text{et} \qquad J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{e}^x \cos(x)\,\mathrm{d}x.$$

1. En intégrant par parties l'intégrale I de deux manières différentes, établir les deux relations suivantes :

$$I = 1 + J \qquad \text{et} \qquad I = \mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}} - J.$$

2. En déduire que $I = \dfrac{1 + \mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}}}{2}$.

3. On note g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x$.
Les courbes représentatives des fonctions f et g sont tracées dans le repère orthogonal ci-dessous sur l'intervalle $[0\,;\,\pi]$.
Calculer la valeur exacte de l'aire du domaine hachuré situé entre les courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ et les droites d'équation $x = 0$ et $x = \dfrac{\pi}{2}$.



Exercice 4 — 6 points

Baccalauréat Amérique du Sud, 14 novembre 2025, jour 2 — exercice 4

Partie A : dénombrement

On considère l'ensemble des nombres entiers relatifs **non nuls** compris entre -30 et 30 ; cet ensemble peut s'écrire ainsi : $\{-30\,;\,-29\,;\,-28\,;\,\ldots\,;\,-1\,;\,1\,;\,\ldots\,;\,28\,;\,29\,;\,30\}$. Il comporte 60 éléments.
On choisit dans cet ensemble successivement et sans remise un entier relatif a puis un entier relatif c.

1. Combien de couples $(a\,;\,c)$ différents peut-on ainsi obtenir ?

On considère l'évènement M : « l'équation $ax^2+2x+c=0$ possède deux solutions réelles distinctes », où a et c sont les entiers relatifs précédemment choisis.

2. Montrer que l'évènement M a lieu si et seulement si $ac<1$.

3. Expliquer pourquoi l'évènement contraire $\overline{M}$ comporte 1 740 issues.

4. Quelle est la probabilité de l'évènement M ? On arrondira le résultat à 10^{-2}.

Partie B : équation différentielle

On considère l'équation différentielle

$$(E)\ :\qquad y'+10y=\big(30x^2+22x-8\big)\mathrm{e}^{-5x+1}\qquad\text{avec}\quad x\in\mathbb{R}$$

où y est une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

1. Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle : $y'+10y=0$.

2. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(6x^2+2x-2)\mathrm{e}^{-5x+1}$.
On admet que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note f' la fonction dérivée de la fonction f.
Justifier que f est une solution particulière de (E).

3. Donner l'expression de toutes les solutions de (E).

Partie C : étude de fonction

On propose d'étudier dans cette partie la fonction f rencontrée à la partie B question 2.
On rappelle que, pour tout réel x, $f(x)=\big(6x^2+2x-2\big)\mathrm{e}^{-5x+1}$.
On note f' la fonction dérivée de la fonction f. On appelle $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère du plan.

1. On admet que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$.
Déterminer la limite de la fonction f en $-\infty$.

2. En utilisant la partie A, montrer que $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des abscisses en deux points (les coordonnées de ces points ne sont pas attendues).

3. En utilisant les parties A et B, montrer que $\mathcal{C}_f$ possède deux tangentes horizontales.

4. Dresser le tableau de variation complet de la fonction f.

5. Déterminer en justifiant le nombre de solution(s) de l'équation $f(x)=1$.

6. Pour tout réel m strictement supérieur à 0,2, on définit I_m par $I_m=\displaystyle\int_{0,2}^{m} f(x)\,\mathrm{d}x$.

a. Vérifier que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par

$$F(x)=\left(-\frac{6}{5}x^2-\frac{22}{25}x+\frac{28}{125}\right)\mathrm{e}^{-5x+1}$$

est une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

b. Existe-t-il une valeur de m pour laquelle $I_m=0$?
Interpréter graphiquement ce résultat.