Terminale Spécialité · Baccalauréat blanc

Bac blanc n°4

Calculatrice en mode examen autorisée Durée : 4 heures 4 exercices 20 points

Sujet officiel complet · Métropole, 9 septembre 2025 (jour 2)

Exercice 1 — 5 points

Baccalauréat Métropole, 9 septembre 2025, jour 2 — exercice 1

Partie A

Une joueuse de basket constate qu'elle réussit 60 % de ses lancers francs au cours d'une séance d'entraînement.
En se basant sur ces statistiques, on modélise la situation comme une succession d'épreuves aléatoires indépendantes.

1. Cette joueuse effectue cinq lancers consécutifs.

a. Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de lancers réussis.
Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

b. Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de $P(X \geqslant 4)$.
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

2. On suppose maintenant que cette sportive doit effectuer n lancers, où n est un entier naturel non nul.
Soit Y la variable aléatoire donnant le nombre de lancers réussis.
On admet que la variable aléatoire Y suit la loi binomiale de paramètres n et $p = 0{,}6$.

a. Montrer que $P(Y \geqslant 1) = 1 - 0{,}4^n$.

b. En déduire le nombre n de lancers à partir duquel la probabilité d'en réussir au moins un dépasse 0,999 9.

c. Recopier et compléter le script de la fonction Python suivante afin qu'elle permette de retrouver le résultat de la question **2. b.**

```
def basket ():
  p = 0.6
  n = 1
  while ..... :
    n = n + 1
    p = .....
  return ...
```

Partie B

Pour un autre joueur, on remarque que :

- lorsqu'il a réussi un lancer franc, il réussit le suivant avec une probabilité de 0,7 ;
- lorsqu'il a raté un lancer franc, il réussit le suivant avec une probabilité de 0,4.

On considère que la probabilité de réussir son premier lancer est de 0,5.
On note G_1 l'évènement : « le joueur réussit son premier lancer franc ».
On a donc $P(G_1) = 0{,}5$.
On note G_2 l'évènement : « le joueur réussit son deuxième lancer franc ».

1. Calculer $P(G_2)$.
On pourra utiliser un arbre de probabilité.

Soit n un entier naturel non nul.
On note G_n l'évènement « le joueur réussit le n-ième lancer franc » et p_n la probabilité de G_n.
On définit ainsi une suite (p_n) de réels.
On admet que pour tout $n \geqslant 1$, $p_{n+1} = 0{,}3p_n + 0{,}4$.

2. **a.** En utilisant un raisonnement par récurrence, démontrer que

$$\text{pour tout } n \geqslant 1, \quad p_n \leqslant p_{n+1}.$$

b. Quel argument permet d'affirmer que la suite (p_n) est majorée ?

c. En déduire que la suite (p_n) est convergente.

3. On admet que la limite de (p_n) quand n tend vers $+\infty$ est $\dfrac{4}{7}$.
Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

Exercice 2 — 5 points

Baccalauréat Métropole, 9 septembre 2025, jour 2 — exercice 2

Soit f la fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = (3x-1)\mathrm{e}^{-x} + 2$.
On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(\mathrm{O}\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1. Déterminer la limite de la fonction f en $-\infty$.

2. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
Interpréter graphiquement ce résultat.

3. On note f' la fonction dérivée de f.

a. Vérifier que, pour tout nombre réel x, $f'(x) = (4-3x)\mathrm{e}^{-x}$.

b. Étudier le signe de la dérivée et en déduire le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

4. **a.** Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $\mathbb{R}$.
On notera α cette solution.

b. Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

c. En déduire le tableau de signes de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

d. Soit la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x) = (-3x-2)\mathrm{e}^{-x} + 2x$.
On admet que la fonction F est une primitive de f.
Calculer, en unités d'aire, l'aire du domaine limité par la courbe $\mathcal{C}_f$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 2$.

5. On admet que la droite d'équation $y = 4x + 1$ est la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0.
Vérifier que, pour tout réel x, $(3x-1)\mathrm{e}^{-x} + 2 \leqslant 4x + 1$.

Exercice 3 — 5 points

Baccalauréat Métropole, 9 septembre 2025, jour 2 — exercice 3

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.
Chaque réponse doit être justifiée. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.
Les affirmations sont indépendantes.

1. On considère l'équation différentielle $(E)\quad y' - 2y = (x-3)\mathrm{e}^{x}$, où y est une fonction de la variable x, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
Affirmation 1 :
La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x-2)\mathrm{e}^{x}$ est solution de l'équation différentielle (E).

2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$, par $f(x) = (2x+1)\cos(x)$.
On intègre par parties $\displaystyle\int_0^{\pi} f(x)\,\mathrm{d}x$.
Affirmation 2 :

$$\int_0^{\pi} f(x)\,\mathrm{d}x = -4\pi$$

3. On considère l'inéquation suivante sur $]7\,;+\infty[$:

$$\ln\left(2x^2-6x-56\right) \geqslant \ln(4x-8)$$

Affirmation 3 :
L'ensemble des solutions de cette inéquation est l'intervalle $[8\,;+\infty[$.

4. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1} = \frac{3u_n}{5u_n+3}$$

On admet que $u_n \neq 0$ pour tout entier naturel n.
On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = \dfrac{2}{u_n}$.
Affirmation 4 :
La suite (v_n) est une suite arithmétique.

5. On lance 3 600 fois un dé équilibré à six faces numérotées de 1 à 6.
Affirmation 5 :
La probabilité que le nombre d'apparitions du 6 soit strictement compris entre 450 et 750 est minorée par 0,97.

Exercice 4 — 5 points

Baccalauréat Métropole, 9 septembre 2025, jour 2 — exercice 4

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$ d'unité 1 cm.

Partie A

On considère les points de l'espace $R(1\,;0\,;6)$, $S(1\,;3\,;2)$, $T(3{,}5\,;7\,;5)$ et $A(-2{,}5\,;8\,;4{,}5)$.

1. Démontrer que les points R, S et T ne sont pas alignés.

2. **a.** Démontrer que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}-10\\4\\3\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (RST).

b. En déduire une équation cartésienne du plan (RST).

3. **a.** Vérifier que le point A n'appartient pas au plan (RST).

b. On note d_1 la droite passant par le point A et orthogonale au plan (RST).
Déterminer une représentation paramétrique de la droite d_1.

c. Soit le point H projeté orthogonal de A sur (RST).
Vérifier que ses coordonnées sont $(2{,}5\,;6\,;3)$.

4. **a.** Démontrer que le triangle RST est rectangle en S.

b. Vérifier que le volume du tétraèdre ARST est égal à $\dfrac{625}{24}$ cm³.
On rappelle que le volume du tétraèdre est donné par la formule :

$$V = \frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$$

Partie B

Soit $M(x\,;y\,;z)$ un point de la droite d_2 de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = -4{,}5 + s \\ y = 4 - 4s \\ z = 5{,}5 - 2s \end{cases}, \; s \in \mathbb{R}$$

1. Démontrer que $AM^2 = 21s^2 + 24s + 21$.

2. Déterminer les coordonnées du point M de la droite d_2 pour lesquelles la distance AM est minimale.