# DÉRIVATION et convexité

## Dérivée d'une composée

- $(g \circ u)' = u' \times g'(u)$ : $u'$ toujours en facteur
- $(u^n)' = n\,u'\,u^{n-1}$
- $(\mathrm{e}^u)' = u'\mathrm{e}^u$ ; $(\sqrt{u})' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$
- $(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$ ; $(\cos u)' = -u' \sin u$

## Dérivée seconde

- $f'' = (f')'$
- $f'$ gouverne les variations de $f$
- $f''$ gouverne les variations de $f'$
- Tableau de signes de $f''$

## Convexité

- $f$ convexe sur $I \iff f'' \geqslant 0 \iff f'$ croissante
- Courbe au-dessus de ses tangentes
- Concave : $f'' \leqslant 0$, courbe sous ses tangentes
- Convexe $\neq$ croissante !

## Point d'inflexion

- $f''$ s'annule **et change de signe**
- La courbe traverse sa tangente
- Annulation seule ne suffit pas ($x^4$ en 0)
- Rédiger : signe de $f''$ de part et d'autre

## Tangente

- $y = f'(a)(x-a) + f(a)$
- Position courbe / tangente via convexité
- Inégalités : $\mathrm{e}^x \geqslant x+1$, $\ln x \leqslant x-1$
- Approximation affine

## Applications

- Optimisation : $f' = 0$ et signe
- Inégalités par convexité
- Étude complète : $D_f$, limites, $f'$, $f''$, tableau
- Python : signe de $f''$ sur une grille

*Chapitre 5 · Les trois réflexes : $u'$ en facteur ; inflexion = changement de signe ; convexe $\neq$ croissante.*