**Devoir surveillé n°8 · 6 mai 2025**

# Géométrie dans l'espace : vecteurs, droites, plans et distances

Durée : 2 heures · Calculatrice autorisée

## Exercice 1 — Vrai ou faux (4 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé. Justifier chaque réponse.

1. Les vecteurs $\vec{u}\,(1;-2;3)$ et $\vec{v}\,(-2;4;-6)$ sont colinéaires.
2. Les plans $x+y-z=1$ et $2x+2y-2z=7$ sont sécants.
3. Le vecteur $\vec{n}\,(1;2;-1)$ est normal au plan d'équation $x+2y-z+5=0$.
4. Si deux droites de l'espace ne sont pas parallèles, alors elles sont sécantes.

## Exercice 2 — Dans un cube (5 points)

$ABCDEFGH$ est un cube d'arête 1. On se place dans le repère orthonormé $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$. Soit $I$ le milieu de $[BC]$.

1. Donner les coordonnées des points $B$, $D$, $E$, $G$ et $I$.
2. Calculer $\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{AI}$, puis les normes $AG$ et $AI$.
3. En déduire une valeur approchée au dixième de degré de l'angle $\widehat{GAI}$.
4. Les droites $(AG)$ et $(EI)$ sont-elles orthogonales ? Justifier.

## Exercice 3 — Plan, projeté et distance (6 points)

On considère les points $A(1;2;-1)$, $B(3;0;1)$, $C(2;1;3)$ et $D(0;4;2)$.

1. Montrer que les points $A$, $B$ et $C$ ne sont pas alignés.
2. Déterminer un vecteur normal au plan $(ABC)$, puis une équation cartésienne de ce plan.
3. Le point $D$ appartient-il au plan $(ABC)$ ?
4. Déterminer une représentation paramétrique de la droite $\Delta$ passant par $D$ et orthogonale au plan $(ABC)$.
5. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal $H$ de $D$ sur le plan $(ABC)$.
6. Calculer la distance de $D$ au plan $(ABC)$ de deux façons différentes.

## Exercice 4 — Droites de l'espace (5 points)

On considère les droites $d_1 : x=1+2t,\ y=-t,\ z=3+t$ $(t\in\mathbb{R})$ et $d_2 : x=3+k,\ y=-1+k,\ z=4-k$ $(k\in\mathbb{R})$.

1. Donner un vecteur directeur de chacune de ces droites. Les droites sont-elles parallèles ?
2. Les droites $d_1$ et $d_2$ sont-elles sécantes ? Si oui, préciser leur point d'intersection.
3. Les droites $d_1$ et $d_2$ sont-elles orthogonales ? perpendiculaires ?

4. Déterminer une équation cartésienne du plan contenant $d_1$ et $d_2$, s'il existe.