PRODUIT SCALAIRE et distances

Calcul

- $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'$ (repère orthonormé)
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\|\|\vec{v}\| \cos\theta$
- Bilinéarité, symétrie
- $\vec{u} \cdot \vec{u} = \|\vec{u}\|^2$

Norme et angle

- $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
- $AB = \|\overrightarrow{AB}\|$
- $\cos\theta = \dfrac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\|\|\vec{v}\|}$
- Angle géométrique dans $[0; \pi]$

Orthogonalité

- $\vec{u} \perp \vec{v} \iff \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$
- Droites orthogonales : vecteurs directeurs orthogonaux
- Perpendiculaires = orthogonales **et** sécantes
- Droite $\perp$ plan : orthogonale à deux vecteurs non colinéaires

Vecteur normal et plan

- $\vec{n}$ normal : orthogonal à deux vecteurs non colinéaires
- Équation cartésienne $ax + by + cz + d = 0$, $\vec{n}(a; b; c)$
- Plans parallèles : normales colinéaires
- Plans perpendiculaires : $\vec{n} \cdot \vec{n}' = 0$

Projeté orthogonal

- Sur une droite : $H \in d$, $\overrightarrow{MH} \cdot \vec{u} = 0$
- Sur un plan : $H \in P$, $\overrightarrow{MH}$ colinéaire à $\vec{n}$
- Droite par M dirigée par $\vec{n} \cap$ plan
- Point le plus proche

Distances

- $d(M, P) = \dfrac{|ax_M + by_M + cz_M + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$
- Équation écrite « $= 0$ » et valeur absolue
- $d(M, d) = MH$ avec H projeté
- Volumes : $\frac{1}{3} \times$ base $\times$ hauteur

Chapitre 10 · Les trois réflexes : coefficients = normale ; orthogonales $\neq$ perpendiculaires ; valeur absolue et « $= 0$ ».