Corrigés

Corrigé — Exercice 1

a. $3x - 7x + 5 + 2 = -4x + 7$. **b.** $2x^2 + 3x^2 - 5x + x - 4 = 5x^2 - 4x - 4$.
c. $3a - a - 2b + 4b + 5 - 8 = 2a + 2b - 3$.
d. $2 \times 5 \times x \times x = 10x^2$. **e.** $-3 \times 4 \times x \times x^2 = -12x^3$. **f.** $x^2 - 2x^2 + 3x - 1 = -x^2 + 3x - 1$ (le signe « $-$ » devant la parenthèse change tous les signes).

Corrigé — Exercice 2

a. $6x - 15$. **b.** $-8 + 6x = 6x - 8$. **c.** $x^2 + 7x$. **d.** $-8x^2 + 12x$.
e. $5x + 5 - 6x + 12 = -x + 17$. **f.** $2x^2 - 6x - 4x + x^2 = 3x^2 - 10x$.

Corrigé — Exercice 3

a. $x^2 + 5x + 2x + 10 = x^2 + 7x + 10$. **b.** $2x^2 + 6x - x - 3 = 2x^2 + 5x - 3$.
c. $6x + 12 - 2x^2 - 4x = -2x^2 + 2x + 12$. **d.** $8x - 20x^2 - 6 + 15x = -20x^2 + 23x - 6$.

Corrigé — Exercice 4

a. $x^2 + 2 \times x \times 4 + 16 = x^2 + 8x + 16$. **b.** $x^2 - 12x + 36$. **c.** $4x^2 + 12x + 9$.
d. $25 - 2 \times 5 \times 3x + 9x^2 = 9x^2 - 30x + 25$. **e.** $x^2 - 49$. **f.** $16x^2 - 1$.

Corrigé — Exercice 5

a. $3(2x + 5)$. **b.** $x(x - 9)$. **c.** $2x(2x + 5)$. **d.** $4x^2(3x - 2)$. **e.** $(x + 1)(7x + 3)$.
f. $(2x - 5)\,[(x + 3) - (4x - 1)] = (2x - 5)(x + 3 - 4x + 1) = (2x - 5)(-3x + 4)$.

Corrigé — Exercice 6

a. $x^2 - 5^2 = (x - 5)(x + 5)$. **b.** $x^2 + 2 \times x \times 7 + 7^2 = (x + 7)^2$. **c.** $(x - 5)^2$.
d. $(3x)^2 - 4^2 = (3x - 4)(3x + 4)$. **e.** $(2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2 = (2x + 1)^2$.
f. $(5x)^2 - 2 \times 5x \times 3 + 3^2 = (5x - 3)^2$.

Corrigé — Exercice 7

a. Faux : $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$ (il manque le double produit). **b.** Vrai :
$(2 - x)^2 = (-(x - 2))^2 = (x - 2)^2$.
c. Faux : $-(x - 4) = -x + 4$. **d.** Faux : $(2x)^2 = 4x^2$. **e.** Vrai (troisième identité remarquable).
f. Faux : $(3x + 6)^2 = (3(x + 2))^2 = 9(x + 2)^2$; on a donc $3(x + 2)^2 = 3x^2 + 12x + 12$.

Corrigé — Exercice 8

a. $A = x^2 + 6x + 9 - (x^2 + 3x - 10) = x^2 + 6x + 9 - x^2 - 3x + 10 = 3x + 19$.
b. $B = (4x^2 - 4x + 1) - (4x^2 + 4x + 1) = -8x$.
c. $C = 3(x^2 - 2x + 1) - 2(x^2 - 1) = 3x^2 - 6x + 3 - 2x^2 + 2 = x^2 - 6x + 5$.
d. $D = (x^2 - 4)(x^2 + 4) = \left(x^2\right)^2 - 4^2 = x^4 - 16$ (deux fois la troisième identité).

Corrigé — Exercice 9

a. $(x + 1)\,[(2x - 3) + (x + 4)] = (x + 1)(3x + 1)$.
b. $(3x - 2)\,[(3x - 2) - (x + 5)] = (3x - 2)(2x - 7)$.

c. $(x-4)(2x+1)-(x-4)\times 1=(x-4)\left[(2x+1)-1\right]=2x(x-4)$.
d. $x^2-3x=x(x-3)$, donc l'expression vaut
$x(x-3)+(x-3)(2x+5)=(x-3)(x+2x+5)=(x-3)(3x+5)$.

Corrigé — Exercice 10

a. $(x+2)^2-3^2=(x+2-3)(x+2+3)=(x-1)(x+5)$.
b. $\left[(2x-1)-(x+3)\right]\left[(2x-1)+(x+3)\right]=(x-4)(3x+2)$.
c. $4^2-(3x+1)^2=\left[4-(3x+1)\right]\left[4+(3x+1)\right]=(3-3x)(3x+5)=3(1-x)(3x+5)$.
d. $(2x)^2-(x-5)^2=\left[2x-(x-5)\right]\left[2x+(x-5)\right]=(x+5)(3x-5)$.

Corrigé — Exercice 11

a. $(100+1)^2=10\,000+200+1=10\,201$. **b.** $(100-1)^2=10\,000-200+1=9\,801$.
c. $(50+2)(50-2)=2\,500-4=2\,496$.
d. $(1003-997)(1003+997)=6\times 2\,000=12\,000$. **e.** $(7{,}5-2{,}5)(7{,}5+2{,}5)=5\times 10=50$.

Corrigé — Exercice 12

1. $E=4x^2+12x+9-(4x^2+5x+4x+5)=4x^2+12x+9-4x^2-9x-5=3x+4$.
2. Pour $x=1\,000$: $E=3\,000+4=3\,004$. Pour $x=-\frac{4}{3}$: $E=3\times\left(-\frac{4}{3}\right)+4=-4+4=0$.

Corrigé — Exercice 13

1. $f(x)=x^2-6x+9-16=x^2-6x-7$.
2. $f(x)=(x-3)^2-4^2=(x-3-4)(x-3+4)=(x-7)(x+1)$.
3. $f(0)$: forme développée, $f(0)=-7$. $f(3)$: forme de départ, $f(3)=0^2-16=-16$.
$f(x)=0$: forme factorisée, $(x-7)(x+1)=0 \iff x=7$ ou $x=-1$; $\mathcal{S}=\{-1\,;7\}$.
$f(x)=-7$: forme développée,
$x^2-6x-7=-7 \iff x^2-6x=0 \iff x(x-6)=0 \iff x=0$ ou $x=6$; $\mathcal{S}=\{0\,;6\}$.

Corrigé — Exercice 14

a. $x(x-5)=0$: $\mathcal{S}=\{0\,;5\}$. **b.** $(2x-3)(2x+3)=0$: $\mathcal{S}=\left\{-\frac{3}{2}\,;\frac{3}{2}\right\}$.
c. $(x+2)^2-3(x+2)=0 \iff (x+2)(x+2-3)=0 \iff (x+2)(x-1)=0$: $\mathcal{S}=\{-2\,;1\}$.
On ne divise pas par $x+2$, qui peut être nul !
d. $(x+3)^2=0 \iff x=-3$: $\mathcal{S}=\{-3\}$.
e. $(2x-1)^2-(x+4)^2=0 \iff (2x-1-x-4)(2x-1+x+4)=0 \iff (x-5)(3x+3)=0$:
$\mathcal{S}=\{-1\,;5\}$.

Corrigé — Exercice 15

1. D'une part, l'aire vaut $(a+b)^2$. D'autre part, c'est la somme des aires des quatre morceaux :
$a^2+ab+ab+b^2=a^2+2ab+b^2$. On retrouve la première identité remarquable
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.
2. Le nouveau côté mesure $30+x$: l'augmentation d'aire vaut
$(30+x)^2-30^2=900+60x+x^2-900=x^2+60x$.
3. $(30+x)^2-900=256 \iff (30+x)^2=1\,156 \iff 30+x=34$ (car $30+x>0$ et $34^2=1\,156$),
d'où $x=4$ m.

Corrigé — Exercice 16

1. $n+(n+1)+(n+2)=3n+3=3(n+1)$: c'est un multiple de 3.
2. $(n+1)^2-n^2=n^2+2n+1-n^2=2n+1$: c'est un nombre impair.
3. $n(n+2)+1=n^2+2n+1=(n+1)^2$: c'est le carré de l'entier $n+1$.

Corrigé — Exercice 17

1. $(a^2+2ab+b^2)+(a^2-2ab+b^2)=2a^2+2b^2=2(a^2+b^2)$.
2. $(a^2+2ab+b^2)-(a^2-2ab+b^2)=4ab$.
3. $n^2-(n-1)(n+1)=n^2-(n^2-1)=1$. Avec $n=2026$: $2026^2-2025\times 2027=1$.

Corrigé — Exercice 18

1. Avec 2 : $2+3=5$, $5^2=25$, $25-2^2=21$, $21-9=12$. Avec -5 : $-5+3=-2$, $(-2)^2=4$, $4-25=-21$, $-21-9=-30$.
2. Conjecture : le résultat est égal à 6 fois le nombre de départ.
3. $(x+3)^2-x^2-9=x^2+6x+9-x^2-9=6x$: la conjecture est démontrée.

Corrigé — Exercice 19

a. $A=(x-2)^2-(2(x+1))^2=[(x-2)-(2x+2)]\,[(x-2)+(2x+2)]=(-x-4)(3x)=-3x(x+4)$.
b. $x^2-4=(x-2)(x+2)$, donc $B=(x+2)\,[(x-2)+(3x-1)]=(x+2)(4x-3)$.
c. $9x^2-30x+25=(3x-5)^2$, donc $C=(3x-5)\,[(3x-5)-(x+2)]=(3x-5)(2x-7)$.
d. $D=x(x^2-6x+9)=x(x-3)^2$.

Corrigé — Exercice 20

1. $f(x)=4x^2+4x+1-(x^2+6x+9)=3x^2-2x-8$.
2. $f(x)=[(2x+1)-(x+3)]\,[(2x+1)+(x+3)]=(x-2)(3x+4)$.
3. $(x-2)(3x+4)=3x^2+4x-6x-8=3x^2-2x-8$: on retrouve bien la forme développée.
4. $(x-2)(3x+4)=0 \iff x=2$ ou $x=-\frac{4}{3}$; $\mathcal{S}=\left\{-\frac{4}{3};2\right\}$.
5. $3x^2-2x-8=-8 \iff 3x^2-2x=0 \iff x(3x-2)=0$; $\mathcal{S}=\left\{0;\frac{2}{3}\right\}$.
6. $(x-2)(3x+4)-(x-2)(x+5)=0 \iff (x-2)\,[(3x+4)-(x+5)]=0 \iff (x-2)(2x-1)=0$; $\mathcal{S}=\left\{\frac{1}{2};2\right\}$.