Chapitre 1. Fiche d'exercices n°1

Nombres et calcul algébrique

Série A ⋆ — Automatismes

Exercice 1 ⋆

Calculer et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

a. $\frac{3}{4}+\frac{5}{6}$
b. $\frac{7}{12}-\frac{1}{3}$
c. $\frac{3}{5}\times\frac{10}{21}$
d. $\frac{2}{3}\div\frac{5}{9}$

Exercice 2 ⋆

Écrire sous la forme d'une seule puissance, ou d'une fraction.

a. $2^3\times 2^5$
b. $10^{-3}\times 10^7$
c. $(5^2)^3$
d. $\frac{3^4}{3^6}$
e. $(2\times 10^3)^2$
f. 7^0

Exercice 3 ⋆

Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$, avec b entier le plus petit possible, ou calculer.

a. $\sqrt{50}$
b. $\sqrt{18}+\sqrt{8}$
c. $\sqrt{12}\times\sqrt{3}$
d. $(\sqrt{5})^2$
e. $\sqrt{49\times 4}$
f. $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}}$

Exercice 4 ⋆

Donner la notation scientifique de : $385\,000$; $0{,}000\,42$; $(3\times 10^4)\times(2\times 10^{-7})$.

Exercice 5 ⋆

Développer et réduire.

a. $(x+3)^2$
b. $(2x-5)^2$
c. $(3x+2)(3x-2)$

Exercice 6 ⋆

Factoriser à l'aide d'une identité remarquable.

a. x^2-16
b. $x^2+10x+25$
c. $9x^2-12x+4$

Exercice 7 ⋆

Recopier et compléter par $\in$ ou $\notin$: -5 … $\mathbb{N}$; -5 … $\mathbb{Z}$; $\frac{2}{3}$ … $\mathbb{D}$; $3{,}14$ … $\mathbb{D}$; $\sqrt{2}$ … $\mathbb{Q}$; $\frac{28}{7}$ … $\mathbb{N}$.

Série B ⋆⋆ — Entraînement

Exercice 8 ⋆⋆

Calculer $A = \dfrac{2-\dfrac{3}{4}}{1+\dfrac{1}{2}}$ et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

Exercice 9 ⋆⋆

Écrire sous la forme $a+b\sqrt{c}$ ou $a\sqrt{c}$: $B = \sqrt{75}-2\sqrt{27}+\sqrt{48}$ et $C = (2\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+3)$.

Exercice 10 ⋆⋆

Développer et réduire $D = (2x+1)^2-(x-3)(x+3)$.

Exercice 11 ⋆⋆

Factoriser : $E = (x+1)^2-9$ et $F = (x-3)^2-(x-3)(2x+1)$.

Exercice 12 ⋆⋆

Résoudre dans $\mathbb{R}$ chacune des équations.

a. $5x-7 = 3x+9$
b. $(2x+3)(x-4) = 0$
c. $x^2 = 49$
d. $x^2 = -9$
e. $(x-1)^2 = 5$
f. $x^2-16 = 0$

Exercice 13 ⋆⋆

Résoudre l'inéquation $-3x+5 > 11$ et représenter l'ensemble des solutions sur un axe gradué.

Exercice 14 ⋆⋆

Le prix d'un article passe de 40 € à 46 €.

1. Calculer le rapport $\dfrac{\text{nouveau prix}}{\text{ancien prix}}$. Quelle est l'augmentation en pourcentage ?
2. Un second article passe de 150 € à 174 €. Lequel des deux articles a le plus augmenté *en proportion* ?

Exercice 15 ⋆⋆

Vrai ou faux ? Justifier (une justification ou un contre-exemple).

a. Tout nombre décimal est un nombre rationnel.
b. Tout nombre rationnel est un nombre décimal.
c. Si $A = \{1;2;3\}$ et $B = \{a;b\}$, alors $\text{Card}(A \times B) = 6$.
d. La réciproque de « si $x = 3$ alors $x^2 = 9$ » est vraie.

Série C ⋆⋆⋆ — Approfondissement

Exercice 16 ⋆⋆⋆

Soit $x = 0{,}272727\ldots$ (le bloc 27 se répète indéfiniment).

1. Calculer $100x - x$.
2. En déduire que x est un rationnel, et l'écrire sous forme de fraction irréductible.
3. x est-il un nombre décimal ? Justifier.

Exercice 17 ⋆⋆⋆

On veut démontrer : « si n^2 est pair, alors n est pair ».

1. Énoncer la contraposée de cette affirmation.
2. Démontrer la contraposée (on écrira $n = 2k + 1$).
3. Conclure. Pourquoi ce résultat est-il utile dans la démonstration de l'irrationalité de $\sqrt{2}$?

Exercice 18 ⋆⋆⋆

Sans calculatrice, calculer astucieusement : $1002^2 - 998^2$ puis 97×103.

Exercice 19 ⋆⋆⋆

Sans calculatrice, comparer 2^{100} et 10^{30}.
Indication : comparer d'abord 2^{10} et 10^3, puis élever à la puissance 10.

Exercice 20 ⋆⋆⋆

Un rectangle a pour largeur x (en cm, $x > 0$) et pour longueur $x + 5$.

1. Exprimer son aire $\mathcal{A}(x)$ sous forme développée.
2. Vérifier que $\mathcal{A}(x) - 84 = (x - 7)(x + 12)$.
3. En déduire la valeur de x pour laquelle l'aire vaut 84 cm^2.