Chapitre 1. Fiche d'exercices n°2

# Calcul littéral

Réduire · développer · factoriser · identités remarquables

## Série A ⋆ — Automatismes

### Exercice 1 ⋆

Réduire les expressions suivantes.

a. $3x + 5 - 7x + 2$
b. $2x^2 - 5x + 3x^2 + x - 4$
c. $3a - 2b + 5 - a + 4b - 8$
d. $2x \times 5x$
e. $-3x \times 4x^2$
f. $x^2 - (2x^2 - 3x + 1)$

### Exercice 2 ⋆

Développer et réduire (simple distributivité).

a. $3(2x - 5)$
b. $-2(4 - 3x)$
c. $x(x + 7)$
d. $-4x(2x - 3)$
e. $5(x + 1) - 3(2x - 4)$
f. $2x(x - 3) - x(4 - x)$

### Exercice 3 ⋆

Développer et réduire (double distributivité).

a. $(x + 2)(x + 5)$
b. $(2x - 1)(x + 3)$
c. $(3 - x)(2x + 4)$
d. $(4x - 3)(2 - 5x)$

### Exercice 4 ⋆

Développer à l'aide des identités remarquables.

a. $(x + 4)^2$
b. $(x - 6)^2$
c. $(2x + 3)^2$
d. $(5 - 3x)^2$
e. $(x + 7)(x - 7)$
f. $(4x - 1)(4x + 1)$

### Exercice 5 ⋆

Factoriser en mettant en évidence un facteur commun.

a. $6x + 15$
b. $x^2 - 9x$
c. $4x^2 + 10x$
d. $12x^3 - 8x^2$
e. $7x(x + 1) + 3(x + 1)$
f. $(2x - 5)(x + 3) - (2x - 5)(4x - 1)$

### Exercice 6 ⋆

Factoriser à l'aide d'une identité remarquable.

a. $x^2 - 25$
b. $x^2 + 14x + 49$
c. $x^2 - 10x + 25$
d. $9x^2 - 16$
e. $4x^2 + 4x + 1$
f. $25x^2 - 30x + 9$

**Exercice 7** ⋆

Dire si chaque égalité est vraie pour tout réel $x$ ; sinon, corriger le membre de droite.

a. $(x+3)^2 = x^2+9$
b. $(x-2)^2 = (2-x)^2$
c. $-(x-4) = -x-4$
d. $(2x)^2 = 2x^2$
e. $x^2-1 = (x-1)(x+1)$
f. $3(x+2)^2 = (3x+6)^2$

## Série B ⋆⋆ — Entraînement

**Exercice 8** ⋆⋆

Développer et réduire.

a. $A = (x+3)^2 - (x-2)(x+5)$
b. $B = (2x-1)^2 - (2x+1)^2$
c. $C = 3(x-1)^2 - 2(x+1)(x-1)$
d. $D = (x+2)(x-2)(x^2+4)$

**Exercice 9** ⋆⋆

Factoriser en repérant le facteur commun.

a. $(x+1)(2x-3) + (x+1)(x+4)$
b. $(3x-2)^2 - (3x-2)(x+5)$
c. $(x-4)(2x+1) - (x-4)$
d. $x^2 - 3x + (x-3)(2x+5)$

**Exercice 10** ⋆⋆

Factoriser à l'aide de l'identité $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$, où $a$ et $b$ désignent des expressions.

a. $(x+2)^2 - 9$
b. $(2x-1)^2 - (x+3)^2$
c. $16 - (3x+1)^2$
d. $4x^2 - (x-5)^2$

**Exercice 11** ⋆⋆

Sans calculatrice, calculer astucieusement à l'aide d'une identité remarquable.

a. $101^2$ b. $99^2$ c. $52 \times 48$ d. $1003^2 - 997^2$ e. $7{,}5^2 - 2{,}5^2$

**Exercice 12** ⋆⋆

On considère l'expression $E = (2x+3)^2 - (x+1)(4x+5)$.

1. Développer et réduire $E$.
2. En déduire, sans calculatrice, la valeur de $E$ pour $x = 1\,000$, puis pour $x = -\frac{4}{3}$.

**Exercice 13** ⋆⋆

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-3)^2 - 16$.

1. Développer et réduire $f(x)$.
2. Factoriser $f(x)$.
3. En choisissant à chaque fois la forme la plus adaptée parmi les trois formes obtenues, calculer $f(0)$ et $f(3)$, puis résoudre les équations $f(x) = 0$ et $f(x) = -7$.

**Exercice 14** ⋆⋆

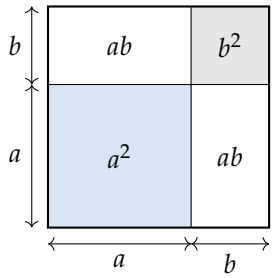
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes, en factorisant d'abord si nécessaire.

a. $x^2 - 5x = 0$
b. $4x^2 - 9 = 0$
c. $(x+2)^2 = 3(x+2)$
d. $x^2 + 6x + 9 = 0$
e. $(2x-1)^2 = (x+4)^2$

## Série C ⋆⋆⋆ — Approfondissement

### Exercice 15 ⋆⋆⋆

**Une preuve géométrique.** Un carré de côté $a+b$ (avec $a>0$ et $b>0$) est découpé comme ci-contre.




1. Exprimer l'aire du grand carré de deux façons différentes. Quelle identité retrouve-t-on ?
2. Un terrain carré de 30 m de côté est agrandi : on allonge chacun de ses côtés de $x$ mètres. Montrer que l'aire du terrain augmente de $x^2+60x$ m$^2$.
3. L'aire a augmenté de 256 m$^2$. Déterminer $x$.

### Exercice 16 ⋆⋆⋆

Dans cet exercice, $n$ désigne un entier.

1. Démontrer que la somme de trois entiers consécutifs est un multiple de 3.
2. Démontrer que la différence des carrés de deux entiers consécutifs est un nombre impair.
3. Démontrer que $n(n+2)+1$ est toujours le carré d'un entier.

### Exercice 17 ⋆⋆⋆

Soient $a$ et $b$ deux réels.

1. Démontrer que $(a+b)^2+(a-b)^2=2\left(a^2+b^2\right)$.
2. Démontrer que $(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$.
3. Démontrer que, pour tout réel $n$, $n^2-(n-1)(n+1)=1$. En déduire, sans calculatrice, la valeur de $2026^2-2025\times 2027$.

### Exercice 18 ⋆⋆⋆

On considère le programme de calcul ci-contre.

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 3.
- Élever le résultat au carré.
- Soustraire le carré du nombre de départ.
- Soustraire 9.

1. Appliquer ce programme aux nombres 2 puis $-5$.
2. Quelle conjecture peut-on formuler sur le résultat obtenu ?
3. Démontrer cette conjecture en notant $x$ le nombre de départ.

### Exercice 19 ⋆⋆⋆

Factoriser le plus possible les expressions suivantes.

a. $A=(x-2)^2-4(x+1)^2$

b. $B=x^2-4+(x+2)(3x-1)$

c. $C=9x^2-30x+25-(3x-5)(x+2)$

d. $D=x^3-6x^2+9x$

### Exercice 20 ⋆⋆⋆

**Synthèse.** On considère l'expression $f(x)=(2x+1)^2-(x+3)^2$, pour tout réel $x$.

1. Développer et réduire $f(x)$.
2. Factoriser $f(x)$.
3. Vérifier, en développant la forme factorisée, que l'on retrouve bien la forme développée.
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x)=0$.
5. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x)=-8$.
6. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x)=(x-2)(x+5)$.