Chapitre 1. Fiche d'exercices n°3

Calcul algébrique

Révision et approfondissement

Ensembles de nombres

Exercice 1 ⋆

Ensembles de nombres (1).

a. Donner deux nombres décimaux relatifs qui ne sont pas des entiers.

b. Donner deux nombres réels qui ne sont pas rationnels.

c. Donner un nombre irrationnel négatif.

d. Donner un nombre entier supérieur à $\sqrt{45}$.

e. Donner un nombre rationnel non décimal compris entre π et $\sqrt{17}$.

f. Existe-t-il des nombres entiers inférieurs à -4π ? Justifier.

Exercice 2 ⋆⋆

Ensembles de nombres (2). Après simplification, dire à quel plus petit ensemble de nombres appartient chacun des nombres suivants.

$A = 4{,}1 \times 10^3$

$B = \left(3 - \sqrt{5}\right)^2$

$C = -\sqrt{2} \times \sqrt{8}$

$D = \dfrac{\frac{1}{3} - \frac{2}{5}}{\frac{3}{2} + 3}$

$E = 0{,}454545\ldots$ (le bloc 45 se répète)

$F = \sqrt{1 + \frac{3}{5}} \times \sqrt{1 - \frac{3}{5}}$

$G = \sqrt{12} - 2\sqrt{3}$

$H = -\dfrac{27}{9\,000}$

$K = \dfrac{1 + \pi}{2\pi}$

Calcul numérique

Exercice 3 ⋆⋆

Égalités à vérifier. Montrer les égalités suivantes.

a. $\dfrac{0{,}000\,03^2}{6 \times 10^{-9}} = 0{,}15$

b. $16 - \left(\sqrt{3} - 5\right)^2 = \left(9 - \sqrt{3}\right)\left(\sqrt{3} - 1\right)$

c. $\dfrac{5 - \sqrt{2}}{23} = \dfrac{1}{5 + \sqrt{2}}$

d. $3 - \sqrt{2} = \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$

Exercice 4 ⋆

Écritures scientifiques. Compléter le tableau suivant.

	Écriture scientifique	Ordre de grandeur
$A = 0{,}000\,201\,8$		
$B = -7\,214{,}25$		
$C = 1\,999$		
$D = -0{,}027\,2 \times 10^{-5}$		
$E = 1\,515 \times 10^{5}$		
$F = 290{,}05 \times 10^{-5}$		

Exercice 5 ⋆⋆⋆

Calculs et simplifications. Calculer et donner le résultat sous sa forme la plus simple.

$$A = \frac{2+\dfrac{1}{2}}{2-\dfrac{23}{7}} \times \left(3-\frac{1}{3}\right)$$

$$B = \frac{5 \times 10^{-6} \times 6 \times 10^{4}}{48 \times \left(10^{-3}\right)^{5}}$$

$$C = 10 - 4 \times \frac{\left(\dfrac{5}{9}-\dfrac{1}{3}\right)\left(3-\dfrac{1}{2}\right)}{\dfrac{7}{9}-3} + \left(\frac{1}{6}+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)$$

$$D = \frac{\left(5^2 \times 9^{-1}\right)^2 \times \left(6 \times 8^2\right)^3}{36^4 \times 10^{-5}}$$

Calcul littéral

Exercice 6 ⋆

Développement et factorisation. Pour chaque ligne, indiquer dans la dernière colonne la lettre de la bonne réponse.

N°		Réponse A	Réponse B	Réponse C	Votre réponse
1	Le développement de $-3\left(x^2+x\right)$ est :	$-3x^2-x$	$-3x^2-3x$	$-3x^2+3x$	
2	Le développement de $-2(4x-3)$ est :	$-8x+6$	$-6x-5$	$-8x-6$	
3	Le développement de $(3x+1)(2x-7)$ est :	$6x^2+19x-7$	$-15x-7$	$6x^2-19x-7$	
4	$2-5x-3(2x+1)$ est égal à :	$-11x-1$	$-30x-1$	$-11x+5$	
5	Le développement de $-(5x-4)(x+3)$ est :	$5x^2+11x-12$	$-5x^2-11x+12$	$(-5x+4)(-x-3)$	
6	Le développement de $(x-3)(2x-5)+2(x-3)$ est :	$2x^2-9x+9$	$(x-3)[(2x-5)+2]$	$(x-3)(2x-3)$	
7	La factorisation de $7x^2-14x$ est :	$7\left(x^2-2x\right)$	$7(2x-2)$	$7x(x-2)$	
8	La factorisation de $(3x-1)(x-2)-4(3x-1)$ est :	$(3x-1)(x+2)$	$(3x-1)(x-8)$	$(3x-1)(x-6)$	
9	$4x^2+2x$ est égal à :	$6x^3$	$8x^3$	$2x(2x+1)$	
10	La factorisation de $(x+7)^2-(x+7)$ est :	$(x+7)(x+6)$	$(x+7)(-x-6)$	$-(x+7)$	
11	$\left(x+\frac{1}{3}\right)^2$ est égal à :	$x^2+2x+\frac{1}{9}$	$x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}$	$x^2+\frac{1}{9}$	
12	$\left(3x-\frac{1}{4}\right)^2$ est égal à :	$3x^2+\frac{3}{2}x+\frac{1}{16}$	$9x^2-\frac{1}{16}$	$9x^2-\frac{3}{2}x+\frac{1}{16}$	
13	x^2-100 est égal à :	$(x-10)(x+10)$	$(x-10)^2$	$(x-50)^2$	
14	$(x-1)\times(x-1)$ est égal à :	x^2-1	$(x-1)^2$	x^2+1	
15	$(2x-3)^2$ est égal à :	$4x^2-12x+9$	$2x^2-12x+9$	$4x^2-9$	
16	$9x^2-169$ est égal à :	$(3x-13)^2$	$(3x+13)(3x-13)$	$(9x-13)(9x+13)$	
17	$\left(\frac{3}{2}x-1\right)\left(\frac{3}{2}x+1\right)$ est égal à :	$\left(\frac{3}{2}x-1\right)^2$	$\frac{9}{4}x^2+1$	$\frac{9}{4}x^2-1$	
18	$9x^2+25-30x$ est égal à :	$(3x+5)^2$	$(9x-5)^2$	$(3x-5)^2$	
19	$-16x+4x^2+16$ est égal à :	$(-2x+4)^2$	$(-4x+4)^2$	ce n'est pas un carré	
20	$\frac{1}{25}x^2-5x+\frac{1}{4}$ est égal à :	$\left(\frac{1}{5}x+\frac{1}{2}\right)^2$	$\left(\frac{1}{5}x-\frac{1}{2}\right)^2$	ce n'est pas un carré	

Exercice 7 ⋆⋆

Équations. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

a. $3+2(1-5x)=-2(-4x+6)-7$

b. $(x-3)(2x+1)=0$

c. $(x-3)(5-x)+7x(x-3)=0$

d. $(x+1)^2-16=0$

e. $2(3x+4)=(x+5)-2(-4x+7)$

f. $\dfrac{3x}{4}-\dfrac{x+1}{2}=1$

Arithmétique

Exercice 8 ⋆⋆

Nombres premiers. Les six questions sont indépendantes.

1. Expliquer comment on peut vérifier si 1 217 est un nombre premier.
2. Le nombre 247 est-il premier ? Justifier.
3. En utilisant la décomposition en facteurs premiers, simplifier la fraction $\dfrac{288}{360}$.
4. a. Donner la décomposition en facteurs premiers de 3 600.
   b. En déduire la décomposition en facteurs premiers de $\sqrt{3\,600}$.
5. Donner la décomposition en facteurs premiers de 1 008. En déduire une simplification de $\sqrt{1\,008}$.
6. Un *cube parfait* est le cube d'un entier naturel. Exemple : 8 est un cube parfait car $8=2^3$.
   a. Décomposer 2 100 en produit de facteurs premiers.
   b. Quel est le plus petit entier naturel non nul qui, multiplié par 2 100, donne un cube parfait ?

Bonus

Exercice 9 ⋆⋆⋆

Vrai ou faux ? Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse. Justifier à chaque fois la réponse.

a. Si n est un nombre premier, alors le nombre $n+1$ n'est pas premier.

b. Le produit de deux nombres irrationnels est un nombre irrationnel.

c. Le nombre $a=\dfrac{1}{2^7\times 5^{11}}$ est un nombre décimal.

d. Le nombre $b=-2{,}090909\ldots$ (le bloc 09 se répète) est un nombre rationnel.

e. Si $x\notin\mathbb{N}$ et $y\notin\mathbb{N}$, alors $x+y\notin\mathbb{N}$.

f. Pour tout réel $a>0$, on a : $\sqrt{a+1}-\sqrt{a}=\dfrac{1}{\sqrt{a+1}+\sqrt{a}}$.