DEVOIR SURVEILLÉ

Intervalles et valeur absolue

Durée : 1 heure · Sans calculatrice

Barème indicatif : Exercice 1 (4 pts) · Exercice 2 (5 pts) · Exercice 3 (6 pts) · Exercice 4 (5 pts). Les exercices sont indépendants. Toute réponse doit être justifiée ; les résultats sont demandés en valeur exacte.

Exercice 1 — Vrai / Faux (4 points)

Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant (démonstration ou contre-exemple).

1. $3 \in]1\,;3[$.
2. $|-5| = -5$.
3. Pour tout $x \in [-4\,;1]$, on a $|x| \leqslant 4$.
4. $]-\infty\,;2] \cup [2\,;+\infty[= \mathbb{R}$.

Exercice 2 — Intervalles (5 points)

On pose $A = [-2\,;4]$ et $B =]1\,;+\infty[$.

1. Représenter A et B sur un même axe gradué.
2. Déterminer $A \cap B$ et $A \cup B$.
3. On pose de plus $C =]-\infty\,;-3]$. Déterminer $A \cap C$.

Exercice 3 — Valeur absolue et distance (6 points)

1. Calculer : $|3-8|$; $\quad |-2| \times |-6|$; $\quad |\sqrt{5}-3|$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $|x-2| = 5$.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $|x+1| \leqslant 3$, et représenter l'ensemble des solutions sur un axe gradué.
4. Écrire l'intervalle $[3\,;11]$ sous la forme $|x-a| \leqslant r$.

Exercice 4 — Contrôle de conformité (5 points)

Sur une chaîne d'embouteillage, un flacon est déclaré conforme lorsque son volume V, en millilitres, vérifie $|V-250| \leqslant 5$.

1. Traduire cette condition par un intervalle.
2. Les flacons de volumes 254,7 mL et 244,2 mL sont-ils conformes ?
3. On sait que $1{,}732 \leqslant \sqrt{3} \leqslant 1{,}733$. En déduire un encadrement de $10\sqrt{3}$, et donner son amplitude.
4. Donner l'arrondi de $\sqrt{3}$ au centième.