Chapitre 2. Fiche d'exercices n°1

Intervalles et valeur absolue

Série A ⋆ — Automatismes

Exercice 1 ⋆

Traduire chaque inégalité par un intervalle.

a. $x \geqslant 3$
b. $-2 < x \leqslant 5$
c. $x < 1$
d. $0 \leqslant x < 4$

Exercice 2 ⋆

Recopier et compléter par $\in$ ou $\notin$: $3 \ldots [1;3]$; $-1 \ldots]-1;2]$; $\pi \ldots]3;4[$; $-5 \ldots]-\infty;-5[$; $\sqrt{2} \ldots [1;2[$.

Exercice 3 ⋆

Calculer.

a. $|-7|$
b. $|4-9|$
c. $|-3| \times |2|$
d. $|\sqrt{3}-1|$
e. $|2-\sqrt{5}|$
f. $\left|-\frac{3}{4}\right|$

Exercice 4 ⋆

Calculer la distance entre les deux nombres.

a. 3 et 8
b. -4 et 2
c. -1 et -7
d. 0 et $-3{,}5$

Exercice 5 ⋆

Déterminer chaque intersection.

a. $[1;6] \cap [4;9]$
b. $]-\infty;2] \cap [0;+\infty[$
c. $[2;5] \cap [7;9]$

Exercice 6 ⋆

Déterminer chaque réunion.

a. $[1;6] \cup [4;9]$
b. $]-\infty;0] \cup [0;+\infty[$
c. $[3;5] \cup]4;8[$

Exercice 7 ⋆

Résoudre dans $\mathbb{R}$ et représenter l'ensemble des solutions sur un axe gradué : $|x| = 5$; $|x| \leqslant 3$; $|x| < 2$.

Série B ⋆⋆ — Entraînement

Exercice 8 ⋆⋆

On pose $A = [-3\,;2]$ et $B =]0\,;5]$. Représenter A et B sur un même axe, puis déterminer $A \cap B$ et $A \cup B$.

Exercice 9 ⋆⋆

Même consigne avec $A =]-\infty\,;1[$ et $B = [-2\,;+\infty[$.

Exercice 10 ⋆⋆

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $|x-4| = 2$ puis $|x+2| = 3$.

Exercice 11 ⋆⋆

Résoudre dans $\mathbb{R}$ et représenter l'ensemble des solutions : $|x-1| \leqslant 3$ puis $|x+3| < 1$.

Exercice 12 ⋆⋆

Écrire chaque intervalle sous la forme d'une inégalité avec valeur absolue.

a. $[2\,;10]$ (forme $|x-a| \leqslant r$)
b. $]-1\,;7[$ (forme $|x-a| < r$)

Exercice 13 ⋆⋆

Vrai ou faux ? Justifier (une démonstration ou un contre-exemple).

a. Pour tous réels a et b : $|a+b| = |a| + |b|$.
b. Pour tout réel a : $|-a| = a$.
c. Si $x \in [-2\,;3]$, alors $|x| \leqslant 3$.
d. $\sqrt{(-4)^2} = -4$.

Exercice 14 ⋆⋆

On sait que $1{,}414 \leqslant \sqrt{2} \leqslant 1{,}415$.

a. En déduire un encadrement de $3\sqrt{2}$, puis de $2+\sqrt{2}$.
b. Donner l'amplitude de chacun des deux encadrements obtenus.

Exercice 15 ⋆⋆

a. Donner l'arrondi au centième de $\dfrac{7}{3}$.
b. Donner la valeur approchée par défaut de π à 10^{-2} près ($\pi = 3{,}14159\ldots$).
c. La fraction $\dfrac{22}{7}$ vérifie $\dfrac{22}{7} = 3{,}142857\ldots$ Est-elle une valeur approchée de π à 10^{-2} près ? Justifier par un calcul de distance.

Série C ⋆⋆⋆ — Approfondissement

Exercice 16 ⋆⋆⋆

Dans un atelier, une pièce est conforme lorsque sa longueur L, en millimètres, vérifie $|L-50| \leqslant 0{,}2$.

a. Traduire cette condition par un intervalle.
b. Les pièces de longueurs 49,75 ; 50,15 et 50,21 mm sont-elles conformes ?

c. Quelle est l'amplitude de l'intervalle des longueurs conformes ?

Exercice 17 ⋆⋆⋆

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $|2x-6| \leqslant 4$.
Indication : factoriser $2x-6$ *et utiliser* $|ab| = |a|\,|b|$.

Exercice 18 ⋆⋆⋆

a. Rappeler pourquoi, pour tout réel x, $\sqrt{x^2} = |x|$.

b. En déduire, sans calculatrice, la valeur exacte de $\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}$.

Exercice 19 ⋆⋆⋆

On sait que $x \in [2\,;5]$ et $y \in [-1\,;3]$.

a. Encadrer $x+y$.

b. Encadrer $x-y$. *(Encadrer d'abord* $-y$*.)*

c. Encadrer xy en discutant selon le signe de y.

Exercice 20 ⋆⋆⋆

Déterminer tous les *entiers relatifs* n tels que : $|n-2{,}3| < 1{,}5$ puis $|n+1| \leqslant 2$.