Seconde

Fonctions : généralités

Fiche d'exercices

Série A ⋆ Automatismes

Exercice 1 ⋆

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x - 4$ et $g(x) = x^2 + 1$.

a. Calculer $f(0)$, $f(2)$, $f(-1)$ et $f\left(\frac{1}{2}\right)$.

b. Calculer $g(-3)$, $g(0)$, $g\left(\sqrt{2}\right)$ et $g(-1)$.

c. Quelle est l'image de -2 par f ? Quelle est l'image de 10 par g ?

Exercice 2 ⋆

Soit f la fonction définie sur $[-2\,;3]$ par $f(x) = 2x^2 - 3$.

a. Compléter le tableau de valeurs :

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$						

b. À l'aide du tableau, donner l'image de 2 par f, puis deux antécédents de 5 par f.

c. Le tableau permet-il d'affirmer que -3 n'a qu'un seul antécédent par f ? Justifier par le calcul.

Exercice 3 ⋆

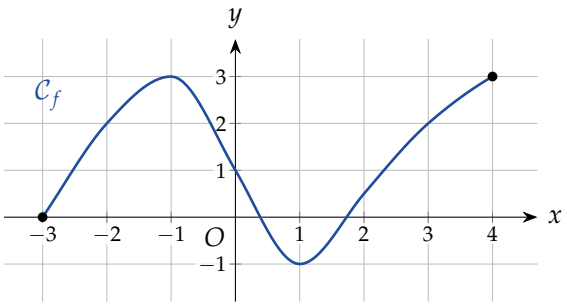
La courbe ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f.

a. Donner l'ensemble de définition de f.

b. Lire les images de -2, de 0 et de 3.

c. Lire les antécédents de 3, puis l'antécédent de -1.

d. Le point $A(2\,;1)$ appartient-il à la courbe ?



Exercice 4 ⋆

On donne le tableau de valeurs d'une fonction f définie sur $[-3\,;4]$:

x	-3	-1	0	2	3	4
$f(x)$	2	0	-1	0	1	3

a. Quelle est l'image de -1 par f ? Quelle est l'image de 3 ?

b. Donner deux antécédents de 0 par f. Quel est le nombre dont 4 est un antécédent ?

c. Recopier et compléter : $f(0) = \ldots$; $f(\ldots) = 2$; $f : 2 \longmapsto \ldots$

d. Peut-on affirmer que 5 n'a aucun antécédent par f ? Justifier.

Exercice 5 ⋆

Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes (on précisera la ou les valeurs interdites).

a. $f(x) = \dfrac{2}{x-1}$ **b.** $g(x) = \dfrac{3x}{x+4}$ **c.** $h(x) = \sqrt{x+2}$ **d.** $k(x) = 5x^2 - 7x + 1$

Exercice 6 ⋆

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 1$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

a. Le point $A(2\,;5)$ appartient-il à $\mathcal{C}_f$? Justifier.

b. Même question pour $B(-1\,;3)$ et pour $C(-3\,;10)$.

c. Déterminer l'ordonnée du point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse $\dfrac{1}{2}$.

d. Déterminer les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ d'ordonnée 17.

Exercice 7 ⋆

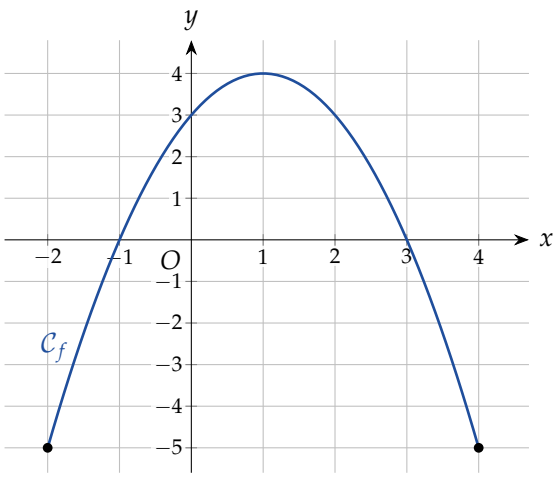
La courbe ci-contre représente une fonction f définie sur $[-2\,;4]$. Résoudre graphiquement :

a. l'équation $f(x) = 3$;

b. l'équation $f(x) = 0$;

c. l'inéquation $f(x) \geqslant 3$;

d. l'inéquation $f(x) < 0$.



Exercice 8 ⋆

On donne ci-contre le tableau de variation d'une fonction f définie sur $[-4\,;5]$.

a. Décrire par une phrase les variations de f.

b. Donner le maximum et le minimum de f sur $[-4\,;5]$ et préciser en quelles valeurs ils sont atteints.

c. Comparer $f(1)$ et $f(2)$, puis $f(-3)$ et $f(-1)$.

x	-4		0		5
$f(x)$	-1	↗	4	↘	-3

Série B ⋆⋆ Entraînement

Exercice 9 ⋆⋆

a. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x - 3$. Déterminer par le calcul l'antécédent de 7, puis celui de -3 par f.

b. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 - 4$. Déterminer les antécédents de 0, de 5, puis de -5 par g.

c. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (x-1)(x+3)$. Déterminer les antécédents de 0 par h. Combien $h(2)$ a-t-il d'antécédents ?

Exercice 10 ⋆⋆

On considère le programme de calcul ci-contre et l'on note f la fonction qui, au nombre x choisi au départ, associe le résultat obtenu.

a. Calculer les images de 0, de 1 et de -2 par f.

b. Exprimer $f(x)$ en fonction de x.

c. Déterminer le ou les antécédents de 3, puis de 7 par f.

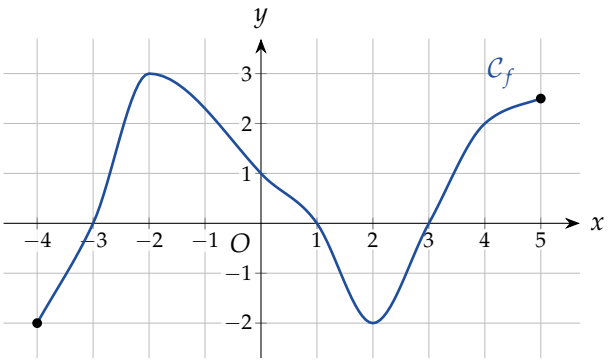
d. Le nombre 2 a-t-il un antécédent par f ? Justifier.

Programme de calcul
- Choisir un nombre x.
- Lui retrancher 1.
- Élever le résultat au carré.
- Ajouter 3.

Exercice 11 ⋆⋆

La courbe ci-contre représente une fonction f.

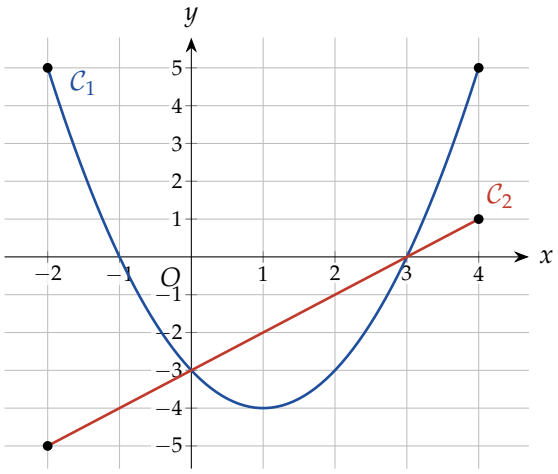
a. Donner l'ensemble de définition de f.
b. Lire $f(-2)$ et $f(2)$.
c. Déterminer les antécédents de 0, de 3 et de -2 par f.
d. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geqslant 0$.
e. Dresser le tableau de variation de f.
f. Donner les extremums de f et préciser en quelles valeurs ils sont atteints.



Exercice 12 ⋆⋆

On a représenté ci-contre les fonctions f et g définies sur $[-2\,;4]$ par $f(x) = x^2 - 2x - 3$ et $g(x) = x - 3$.

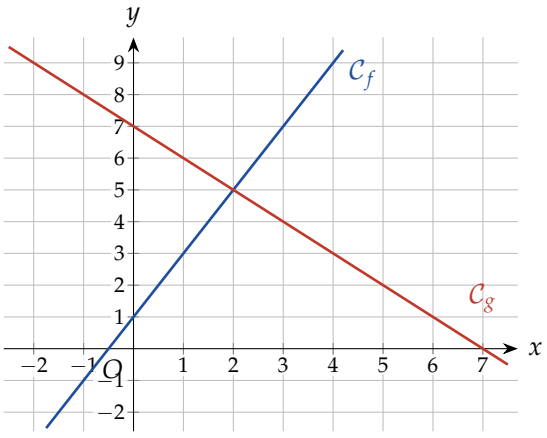
a. Associer chaque courbe à sa fonction, en justifiant.
b. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
c. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geqslant g(x)$.
d. Résoudre graphiquement $f(x) = 0$ puis $f(x) < 0$.
e. Vérifier par le calcul que les solutions trouvées au b. conviennent.



Exercice 13 ⋆⋆

Soit f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x + 1$ et $g(x) = -x + 7$.

a. Résoudre par le calcul l'équation $f(x) = g(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.
b. Résoudre par le calcul $f(x) = 0$, puis $g(x) = 0$.
c. Résoudre par le calcul l'inéquation $f(x) \leqslant g(x)$ et contrôler la réponse sur le graphique.
d. Quelle est l'ordonnée du point d'intersection des deux droites ?



Exercice 14 ⋆⋆

a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :
$3x - 5 \geqslant x + 1$ et $2(x-1) < 4x + 3$.
b. On pose $f(x) = 3x - 5$ et $g(x) = x + 1$. Traduire la première inéquation à l'aide des fonctions f et g, puis expliquer comment la résolution graphique permettrait de retrouver la solution.
c. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(2x - 3)(x + 5) = 0$, puis l'inéquation $x^2 \leqslant 9$ (on pourra s'aider de la courbe de la fonction carré).

Exercice 15 ⋆⋆

Soit f la fonction définie sur $[-4\,;2]$ par $f(x) = x^2 + 2x - 3$.

a. Compléter le tableau de valeurs :

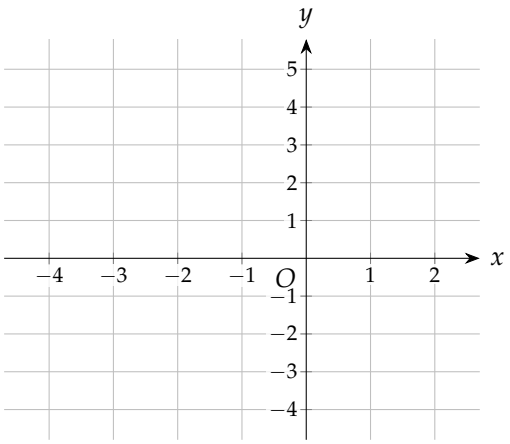
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$							

b. Placer les points obtenus dans le repère ci-dessous et tracer la courbe $\mathcal{C}_f$.

c. Lire graphiquement les antécédents de 0 par f, puis le minimum de f et la valeur en laquelle il est atteint.

d. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leqslant 0$.

e. Vérifier par le calcul que $f(-3) = 0$ et $f(1) = 0$. Développer $(x+1)^2 - 4$; que peut-on en déduire pour le minimum de f ?



Exercice 16 ⋆⋆

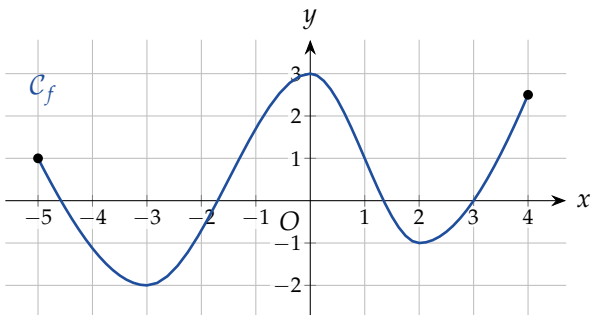
La courbe ci-contre représente une fonction f définie sur $[-5\,;4]$.

a. Dresser le tableau de variation de f.

b. Donner le maximum et le minimum de f sur $[-5\,;4]$, et les valeurs en lesquelles ils sont atteints.

c. En utilisant les variations de f (et non une lecture d'images), comparer $f(-4)$ et $f(-3{,}5)$, puis $f(0{,}5)$ et $f(1{,}5)$.

d. Peut-on comparer de la même façon $f(-1)$ et $f(1)$? Expliquer.



Exercice 17 ⋆⋆

On donne ci-contre le tableau de variation d'une fonction f définie sur $[-3\,;5]$.

a. Comparer $f(-2)$ et $f(0)$, puis $f(2)$ et $f(4)$, en justifiant.

b. Comparer $f(-3)$ et $f(5)$.

c. Peut-on comparer $f(0)$ et $f(3)$? Expliquer.

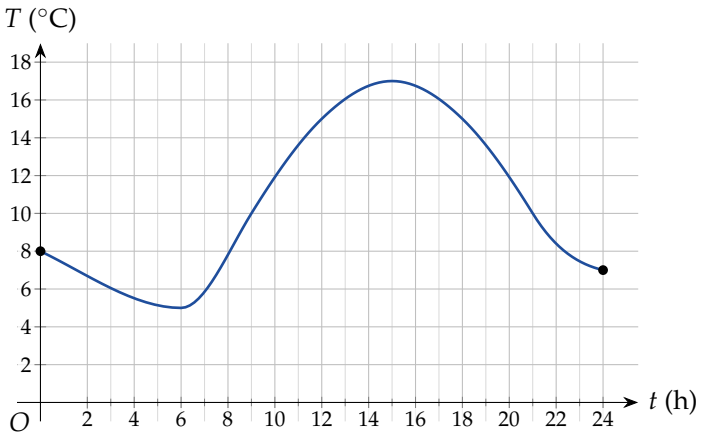
d. Donner un encadrement de $f(x)$ lorsque $x \in [1\,;5]$, puis lorsque $x \in [-3\,;5]$.

x	-3		1		5
$f(x)$	-1	↗	4	↘	0

Exercice 18 ⋆⋆

La courbe ci-contre donne la température T (en °C) relevée dans un jardin en fonction de l'heure t de la journée, pour $t \in [0\,;24]$.

a. Quelle était la température à minuit ? à 6 h ?
b. À quelle(s) heure(s) la température valait-elle 10 °C ?
c. Pendant quel intervalle de temps la température a-t-elle été supérieure ou égale à 15 °C ?
d. Quelle est la température maximale de la journée ? À quelle heure est-elle atteinte ? Même question pour la température minimale.
e. Dresser le tableau de variation de T sur $[0\,;24]$.

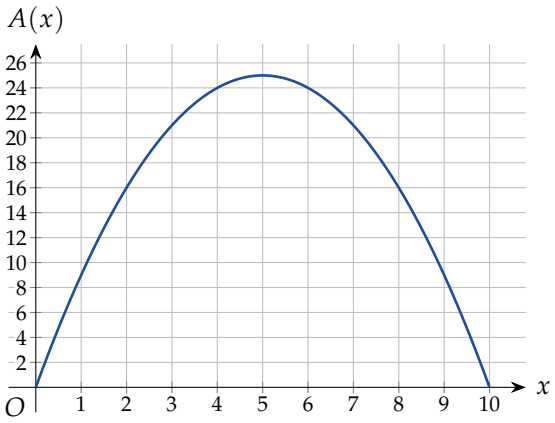


Série C ⋆⋆⋆ Applications

Exercice 19 ⋆⋆⋆

Un rectangle a pour périmètre 20 cm. On note x la longueur d'un de ses côtés, en cm, et $A(x)$ son aire en cm^2.

a. Exprimer l'autre côté en fonction de x, puis montrer que $A(x) = x(10 - x)$. Quel est l'ensemble de définition de la fonction A ?
b. Compléter le tableau de valeurs ci-dessous.
c. La courbe de A est tracée ci-contre. Lire graphiquement le maximum de A et la valeur de x pour laquelle il est atteint. Quelle est alors la nature du rectangle ?
d. Résoudre graphiquement l'équation $A(x) = 16$, puis retrouver le résultat par le calcul (on pourra développer $(x - 2)(x - 8)$).
e. Résoudre graphiquement l'inéquation $A(x) \geqslant 21$.

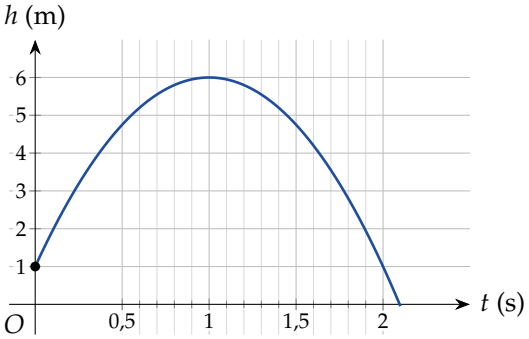


x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$A(x)$									

Exercice 20 ⋆⋆⋆

Un ballon est lancé depuis une hauteur de 1 m. Sa hauteur, en mètres, au bout de t secondes est $h(t) = -5t^2 + 10t + 1$, pour $t \in [0\,;2{,}1]$ (le ballon touche le sol à l'instant $t \approx 2{,}1$ s).

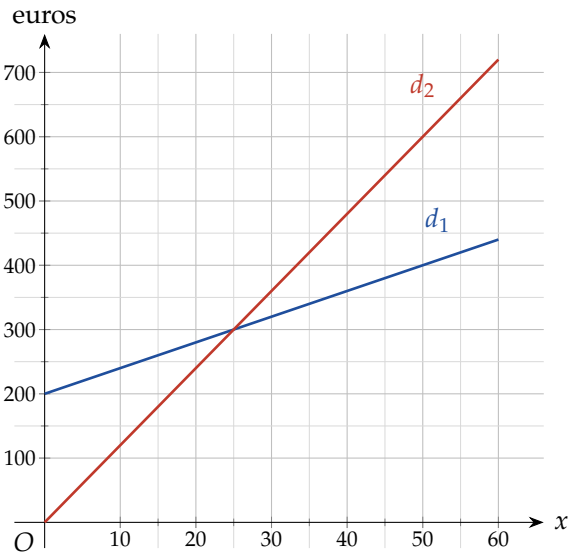
a. Calculer $h(0)$, $h(1)$ et $h(2)$.
b. Lire graphiquement la hauteur maximale atteinte par le ballon et l'instant correspondant.
c. Développer $-5(t - 1)^2 + 6$. En déduire que, pour tout t, $h(t) \leqslant 6$, et retrouver le résultat du b.
d. Résoudre par le calcul l'équation $h(t) = 1$. Interpréter.
e. Résoudre graphiquement l'inéquation $h(t) \geqslant 1$.



Exercice 21 ⋆⋆⋆

Une entreprise fabrique chaque jour x objets ($0 \leqslant x \leqslant 60$). Le coût de production, en euros, est $C(x) = 4x + 200$ et la recette est $R(x) = 12x$. Les deux fonctions sont représentées ci-contre.

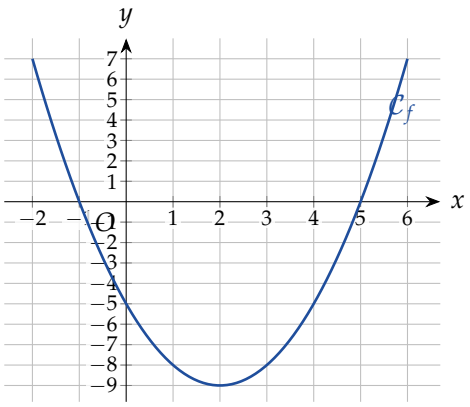
a. Associer chaque droite à sa fonction.
b. Lire graphiquement le nombre d'objets pour lequel la recette est égale au coût.
c. Retrouver ce résultat en résolvant l'équation $R(x) = C(x)$.
d. Pour quelles valeurs de x l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice ? (lecture graphique, puis calcul)
e. On note $B(x) = R(x) - C(x)$ le bénéfice. Exprimer $B(x)$ et résoudre $B(x) \geqslant 120$.



Exercice 22 ⋆⋆⋆

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-2)^2 - 9$.

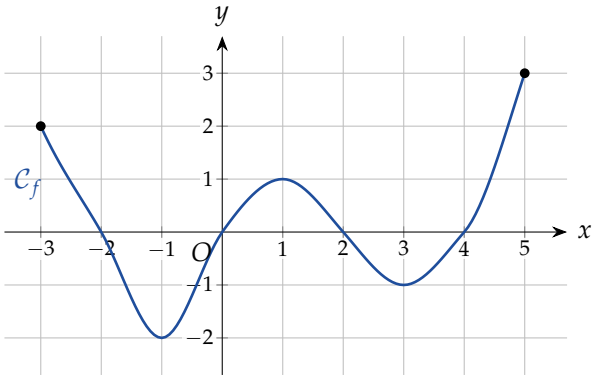
a. Développer $f(x)$.
b. Montrer que $f(x) = (x-5)(x+1)$.
c. En choisissant à chaque fois la forme la mieux adaptée, calculer $f(0)$, déterminer les antécédents de -9, puis ceux de 0, puis ceux de -5.
d. Justifier que, pour tout réel x, $f(x) \geqslant -9$. Que peut-on en déduire pour la fonction f ?
e. Contrôler les résultats sur la courbe ci-contre.



Exercice 23 ⋆⋆⋆

La courbe ci-contre représente une fonction f définie sur $[-3\,;5]$. Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse, en justifiant.

1. $f(-1) = -2$.
2. Le nombre 0 a exactement trois antécédents par f.
3. f est croissante sur $[-1\,;1]$.
4. Le maximum de f sur $[-3\,;5]$ est atteint en $x = 1$.
5. $f(3) < f(4)$.
6. L'équation $f(x) = 1$ a exactement deux solutions.
7. L'ensemble des solutions de $f(x) \leqslant 0$ est $[-2\,;0] \cup [2\,;4]$.



Exercice 24 ⋆⋆⋆

On donne ci-contre le tableau de variation d'une fonction f définie sur $[-4\,;6]$.

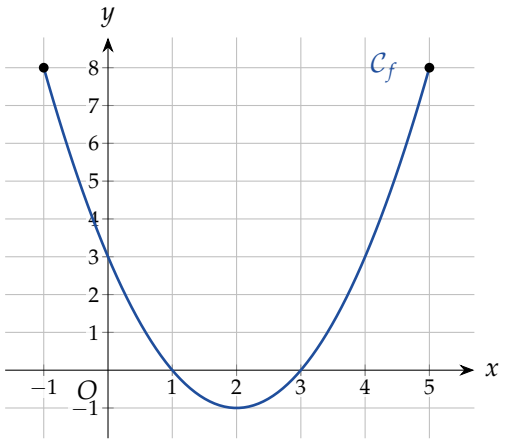
a. Donner un encadrement de $f(x)$ pour $x \in [0\,;6]$, puis pour $x \in [-4\,;6]$.
b. Déterminer, en justifiant, le nombre de solutions de l'équation $f(x) = k$ pour $k = 5$, $k = 0$, $k = 4{,}5$, $k = 1$ et $k = 6$.
c. Peut-on résoudre l'inéquation $f(x) \geqslant 1$ avec les seules informations du tableau ? Que peut-on dire des solutions de l'inéquation $f(x) < -2$?

x	-4		0		3		6
$f(x)$	1	↗	5	↘	-2	↗	4

Exercice 25 ⋆⋆⋆

Soit f la fonction définie sur $[-1\,;5]$ par $f(x) = x^2 - 4x + 3$, représentée ci-contre.

a. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < 0$, puis l'inéquation $f(x) \geqslant 3$.
b. Vérifier que $f(x) = (x-1)(x-3)$ et retrouver par le calcul les solutions de $f(x) = 0$.
c. Résoudre par le calcul l'équation $f(x) = 3$ (on factorisera $x^2 - 4x$).
d. Vérifier que $f(x) = (x-2)^2 - 1$. En déduire le minimum de f et la valeur en laquelle il est atteint.

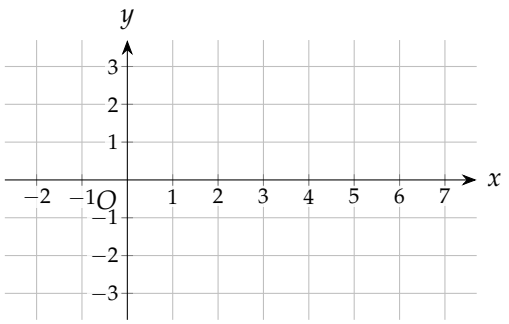


Exercice 26 ⋆⋆⋆

On donne ci-contre le tableau de variation d'une fonction g définie sur $[-2\,;7]$.

a. Donner un encadrement de $g(x)$ lorsque $x \in [1\,;4]$; lorsque $x \in [-2\,;1]$; lorsque $x \in [1\,;7]$; lorsque $x \in [-2\,;7]$.
b. L'affirmation « si $x \in [4\,;7]$, alors $g(x) \leqslant 2$ » est-elle vraie ?
c. Existe-t-il un réel x tel que $g(x) = 2{,}5$? tel que $g(x) = 4$? Justifier.
d. Tracer, dans un repère, une courbe possible pour g.

x	-2		1		4		7
$g(x)$	3	↘	-1	↗	2	↘	-3



Série D ⋆⋆⋆⋆ Approfondissement

Exercice 27 ⋆⋆⋆⋆

a. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x + 3$. Soit a et b deux réels tels que $a < b$. Comparer $2a$ et $2b$, puis $f(a)$ et $f(b)$. Que vient-on de démontrer ?
b. Démontrer de même que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -3x + 1$ est décroissante sur $\mathbb{R}$.
c. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (x-1)^2 + 2$. Justifier que, pour tout réel x, $h(x) \geqslant 2$, et calculer $h(1)$. Que peut-on en déduire ?
d. La fonction h est-elle croissante sur $\mathbb{R}$? Justifier à l'aide d'un contre-exemple.
e. Soit a et b deux réels tels que $a < b \leqslant 1$. Comparer $(a-1)^2$ et $(b-1)^2$, puis $h(a)$ et $h(b)$. Quel est le sens de variation de h sur $]-\infty\,;1]$?

Exercice 28 ⋆⋆⋆⋆

Dans une feuille carrée de 20 cm de côté, on découpe aux quatre coins des carrés de côté x cm, puis on relève les bords pour former une boîte sans couvercle. On note $V(x)$ le volume de la boîte, en cm^3.

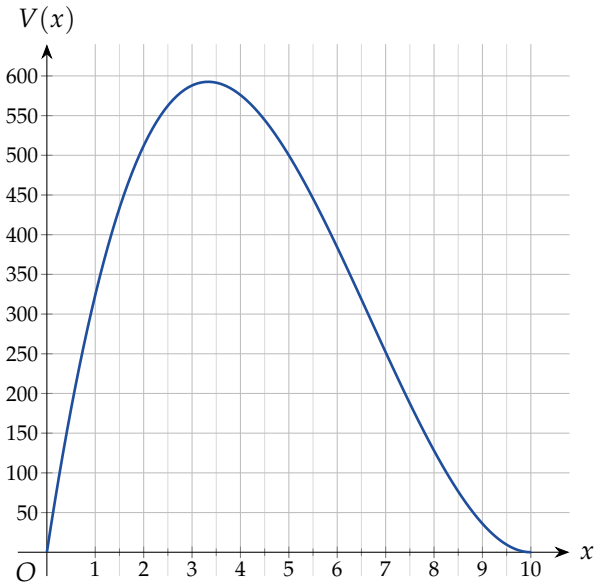
a. Justifier que $V(x) = x(20-2x)^2$ et que la fonction V est définie sur $]0\,;10[$.

b. Calculer $V(2)$ et $V(5)$.

c. À l'aide de la courbe de V tracée ci-contre, estimer le volume maximal de la boîte et la valeur de x correspondante.

d. Résoudre graphiquement l'inéquation $V(x) \geqslant 500$ (on donnera les bornes à 0,5 près).

e. Dresser le tableau de variation de V sur $]0\,;10[$ (valeur du maximum arrondie à la dizaine).



Série E ⋆⋆ Python

Exercice 29 ⋆⋆

On a écrit en Python la fonction ci-contre, qui correspond à la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 5$.

a. Que renvoient les appels `f(3)`, `f(-2)` et `f(0.5)` ?

b. Écrire de même une fonction Python `g` correspondant à $g(x) = 3x - 4$.

c. Compléter le programme ci-contre pour qu'il affiche le tableau de valeurs de f pour les entiers x allant de -3 à 3.

d. Écrire les lignes affichées par ce programme.

Python

```
def f(x):
    return x**2 - 5

for x in range(..., ...):
    print(x, ...)
```

Exercice 30 ⋆⋆

On reprend la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 5$ et l'on écrit la fonction Python `antecedents` ci-contre.

a. Expliquer ce que fait cette fonction. Que renvoient `antecedents(4)` et `antecedents(-5)` ?

b. Que renvoie `antecedents(2)` ? Cela signifie-t-il que 2 n'a aucun antécédent par f ? Expliquer.

c. Écrire une fonction Python `appartient(x, y)` qui renvoie `True` si le point de coordonnées $(x\,;y)$ appartient à la courbe de f, et `False` sinon. Que renvoient `appartient(2, -1)` et `appartient(3, 5)` ?

Python

```
def f(x):
    return x**2 - 5

def antecedents(k):
    L = []
    for x in range(-10, 11):
        if f(x) == k:
            L.append(x)
    return L
```