DEVOIR SURVEILLÉ

Vecteurs

Durée : 1 heure · Calculatrice autorisée

Barème indicatif : Exercice 1 (4 pts) · Exercice 2 (5 pts) · Exercice 3 (6 pts) · Exercice 4 (5 pts). Le plan est muni d'un repère **orthonormé**. Les exercices sont indépendants ; les normes sont demandées en valeur exacte.

Exercice 1 — Vrai / Faux (4 points)

Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant (démonstration ou contre-exemple).

1. $\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$.
2. Deux vecteurs colinéaires sont nécessairement égaux.
3. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ pour tous points A, B, C.
4. Si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires, alors les quatre points A, B, C, D sont alignés.

Exercice 2 — Calculs vectoriels (5 points)

On donne $A(-2\,;3)$, $B(4\,;1)$ et les vecteurs $\vec{u}\,(1\,;-2)$, $\vec{v}\,(3\,;4)$.

1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$, puis sa norme en valeur exacte.
2. Calculer les coordonnées de $\vec{u} + \vec{v}$ et de $2\vec{u} - \vec{v}$.
3. Déterminer les coordonnées du point C tel que $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$.
4. Simplifier l'écriture $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$ en justifiant.

Exercice 3 — Alignement et parallélogramme (6 points)

On considère les points $A(1\,;-1)$, $B(4\,;1)$, $C(7\,;3)$ et $D(2\,;4)$.

1. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
2. Démontrer que les points A, B et C sont alignés.
3. Exprimer $\overrightarrow{AC}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$. Que peut-on dire du point B ?
4. Déterminer les coordonnées du point E tel que $ABED$ soit un parallélogramme.
5. Vérifier le résultat précédent en calculant les milieux des diagonales.

Exercice 4 — Un paramètre (5 points)

1. Soient $\vec{u}\,(m\,;-2)$ et $\vec{v}\,(6\,;-4)$. Déterminer le réel m pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.
2. Soient $P(0\,;1)$, $Q(3\,;5)$ et $R(6\,;k)$. Déterminer le réel k pour que P, Q et R soient alignés.
3. Pour la valeur de k trouvée, calculer PQ et PR, puis préciser la position de Q sur le segment $[PR]$.