DEVOIR SURVEILLÉ

Fonctions affines et tableaux de signes

Durée : 1 heure · Calculatrice autorisée

Barème indicatif : Exercice 1 (4 pts) · Exercice 2 (5 pts) · Exercice 3 (6 pts) · Exercice 4 (5 pts). Les exercices sont indépendants. Tout tableau de signes doit être entièrement rédigé.

Exercice 1 — Vrai / Faux (4 points)

Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant (démonstration ou contre-exemple).

1. La fonction $x \mapsto -3x + 2$ est croissante sur $\mathbb{R}$.
2. L'expression $5x - 10$ est positive pour $x > 2$.
3. L'inéquation $\dfrac{x+1}{x-3} \geqslant 0$ admet 3 pour solution.
4. Un produit de deux facteurs est négatif si et seulement si les deux facteurs sont négatifs.

Exercice 2 — Fonctions affines (5 points)

1. Soit $f(x) = -2x + 5$. Donner son coefficient directeur, son ordonnée à l'origine et son sens de variation, en justifiant.
2. Calculer $f(0)$, $f(3)$ et la racine de f.
3. Déterminer la fonction affine g telle que $g(-1) = 4$ et $g(3) = -4$.
4. Vérifier le résultat précédent avec les deux valeurs données.

Exercice 3 — Tableaux de signes (6 points)

1. Dresser le tableau de signes de $B(x) = (3x - 6)(x + 1)$.
2. En déduire l'ensemble des solutions de $B(x) \leqslant 0$.
3. Résoudre l'inéquation $\dfrac{x+4}{2-x} > 0$ en précisant la valeur interdite.
4. Résoudre $x^2 - 16 \geqslant 0$ après avoir factorisé.

Exercice 4 — Deux abonnements (5 points)

Une salle de sport propose deux formules. La formule A coûte 30 € d'inscription puis 8 € par séance ; la formule B coûte 60 € d'inscription puis 5 € par séance.

1. Exprimer, en fonction du nombre x de séances, le prix $a(x)$ de la formule A et le prix $b(x)$ de la formule B.
2. Résoudre l'inéquation $a(x) \leqslant b(x)$.
3. À partir de combien de séances la formule B devient-elle strictement plus avantageuse ?
4. Calculer le prix des deux formules pour 10 séances, puis pour 15 séances, et commenter.