Chapitre 7. Fiche d'exercices n°1

Fonctions affines et tableaux de signes

Série A ⋆ — Automatismes

Exercice 1 ⋆

Pour chaque fonction, donner le coefficient directeur, l'ordonnée à l'origine et le sens de variation.

a. $f(x) = 3x - 5$
b. $g(x) = -2x + 7$
c. $h(x) = \dfrac{x}{2}$
d. $k(x) = 4$

Exercice 2 ⋆

Calculer $f(0)$, $f(2)$ et $f(-3)$ pour $f(x) = -4x + 1$.

Exercice 3 ⋆

Déterminer la racine de chaque expression affine.

a. $3x - 6$
b. $-2x + 8$
c. $5x + 15$
d. $-x - 4$
e. $2x + 7$

Exercice 4 ⋆

Dresser le tableau de signes de chaque expression.

a. $x - 3$
b. $-5x + 10$

Exercice 5 ⋆

Déterminer la fonction affine f telle que $f(1) = 3$ et $f(4) = 9$.

Exercice 6 ⋆

Résoudre chaque inéquation.

a. $2x - 6 > 0$
b. $-3x + 9 \leqslant 0$

Exercice 7 ⋆

Dresser le tableau de signes du produit $(x - 2)(x + 5)$, puis résoudre $(x - 2)(x + 5) \leqslant 0$.

Série B ⋆⋆ — Entraînement

Exercice 8 ⋆⋆

Déterminer la fonction affine dont la droite passe par $A(-2\,;5)$ et $B(2\,;-3)$, puis vérifier le résultat avec les deux points.

Exercice 9 ⋆⋆

Dresser le tableau de signes de $A(x) = (x-1)(-2x+6)$, puis résoudre $A(x) \geqslant 0$.

Exercice 10 ⋆⋆

Résoudre l'inéquation $(x+2)(3-x) \leqslant 0$.

Exercice 11 ⋆⋆

Résoudre l'inéquation $\dfrac{x-1}{x+2} \geqslant 0$ en précisant la valeur interdite.

Exercice 12 ⋆⋆

Résoudre l'inéquation $\dfrac{2x-4}{x-5} < 0$.

Exercice 13 ⋆⋆

Résoudre $x^2 - 9 \leqslant 0$.
Indication : factoriser à l'aide d'une identité remarquable, puis dresser un tableau de signes.

Exercice 14 ⋆⋆

Deux forfaits de téléphonie sont proposés : le forfait A coûte 12 € par mois plus 0,20 € par heure de communication ; le forfait B coûte 20 € par mois, sans supplément.

a. Exprimer le prix $a(x)$ du forfait A et le prix $b(x)$ du forfait B en fonction du nombre x d'heures.
b. Résoudre $a(x) \leqslant b(x)$.
c. À partir de combien d'heures le forfait B devient-il plus avantageux ?

Exercice 15 ⋆⋆

Vrai ou faux ? Justifier (une justification ou un contre-exemple).

a. Toute fonction affine est croissante.
b. La courbe d'une fonction affine passe toujours par l'origine.
c. $\dfrac{x-1}{x+2} \geqslant 0$ équivaut à $x - 1 \geqslant 0$.
d. Un produit de deux facteurs est positif si et seulement si les deux facteurs sont positifs.

Série C ⋆⋆⋆ — Approfondissement

Exercice 16 ⋆⋆⋆

Résoudre l'inéquation $(2x-1)(x+3)(4-x) > 0$.
Le tableau comportera trois lignes de facteurs.

Exercice 17 ⋆⋆⋆

Résoudre l'inéquation $\dfrac{3}{x-1} \leqslant 1$.
Indication : tout ramener d'un côté et réduire au même dénominateur — surtout pas de produit en croix.

Exercice 18 ⋆⋆⋆

Soit $f(x) = (m-2)x + 3$, où m est un réel.

a. Pour quelles valeurs de m la fonction f est-elle croissante ?
b. Pour quelle valeur de m est-elle constante ?
c. Pour $m = 5$, déterminer la racine de f.

Exercice 19 ⋆⋆⋆

Deux droites ont pour équations $y = 3x - 2$ et $y = -x + 6$.

a. Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.
b. Résoudre l'inéquation $3x - 2 \geqslant -x + 6$ et interpréter graphiquement le résultat.

Exercice 20 ⋆⋆⋆

Un rectangle a pour longueur $x + 4$ et pour largeur $6 - x$, avec $0 < x < 6$ (en cm).

a. Justifier que ces deux dimensions sont bien positives sur $]0\,;6[$.
b. Pour quelles valeurs de x la longueur est-elle supérieure ou égale à la largeur ?
c. Développer l'aire $A(x) = (x+4)(6-x)$, puis calculer $A(1)$ et $A(5)$.