DEVOIR SURVEILLÉ

Fonctions de référence

Durée : 1 heure · Sans calculatrice

Barème indicatif : Exercice 1 (4 pts) · Exercice 2 (5 pts) · Exercice 3 (6 pts) · Exercice 4 (5 pts).
Les exercices sont indépendants. Toute comparaison doit être justifiée par un sens de variation.

Exercice 1 — Vrai / Faux (4 points)

Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant (démonstration ou contre-exemple).

1. La fonction inverse est décroissante sur $\mathbb{R}^*$.
2. Si $a < b$ alors $a^3 < b^3$, pour tous réels a et b.
3. La fonction racine carrée est définie sur $\mathbb{R}$.
4. La fonction carré est paire.

Exercice 2 — Comparaisons (5 points)

Comparer les deux nombres, sans calculatrice, en citant à chaque fois le sens de variation utilisé.

1. $1{,}7^2$ et $1{,}9^2$
2. $(-6)^2$ et $(-7)^2$
3. $\dfrac{1}{4}$ et $\dfrac{1}{9}$
4. $\sqrt{17}$ et $\sqrt{15}$
5. $(-2)^3$ et $(-1)^3$

Exercice 3 — Encadrements et résolutions (6 points)

1. On sait que $1 \leqslant x \leqslant 4$. Encadrer x^2, puis $\sqrt{x}$, puis $\dfrac{1}{x}$.
2. On sait que $-4 \leqslant x \leqslant 1$. Encadrer x^2 en justifiant le découpage de l'intervalle.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $x^2 = 49$; $x^3 = -27$; $x^2 = -1$.
4. Résoudre l'inéquation $x^2 \leqslant 4$ après avoir factorisé.

Exercice 4 — Un cube et un carré (5 points)

Un cube a pour arête a centimètres, avec $a > 0$.

1. Exprimer le volume $V(a)$ du cube et l'aire $S(a)$ de l'une de ses faces.
2. Calculer $V(3)$ et $S(3)$.
3. Par quel nombre le volume est-il multiplié lorsque l'arête triple ? Justifier par le calcul de $V(3a)$.

4. Comparer $V(0{,}5)$ et $S(0{,}5)$. Ce résultat est-il conforme à ce que l'on sait des fonctions de référence sur $]0\,;1[$?