Chapitre 8. Fiche d'exercices n°1

Fonctions de référence

Série A ⋆ — Automatismes

Exercice 1 ⋆

Donner l'ensemble de définition de chaque fonction de référence : $x \mapsto x^2$; $x \mapsto \dfrac{1}{x}$; $x \mapsto \sqrt{x}$; $x \mapsto x^3$.

Exercice 2 ⋆

Calculer.

a. $(-3)^2$
b. $\dfrac{1}{0{,}5}$
c. $\sqrt{49}$
d. $(-2)^3$
e. $\left(\dfrac{1}{2}\right)^2$
f. $\sqrt{0{,}25}$

Exercice 3 ⋆

Comparer sans calculatrice, en justifiant par le sens de variation.

a. $2{,}5^2$ et 3^2
b. $(-5)^2$ et $(-4)^2$
c. $\dfrac{1}{3}$ et $\dfrac{1}{7}$
d. $\sqrt{10}$ et $\sqrt{11}$

Exercice 4 ⋆

Donner le sens de variation de chaque fonction de référence sur l'intervalle indiqué.

a. carré sur $[0\,;+\infty[$
b. carré sur $]-\infty\,;0]$
c. inverse sur $]0\,;+\infty[$
d. cube sur $\mathbb{R}$

Exercice 5 ⋆

Résoudre dans $\mathbb{R}$: $x^2 = 25$; $x^2 = 0$; $x^2 = -4$; $x^3 = 8$.

Exercice 6 ⋆

On sait que $2 \leqslant x \leqslant 5$. Encadrer x^2, puis $\dfrac{1}{x}$.

Exercice 7 ⋆

Parmi les fonctions de référence, lesquelles sont paires ? impaires ? ni l'une ni l'autre ?

Série B ⋆⋆ — Entraînement

Exercice 8 ⋆⋆

On sait que $-3 \leqslant x \leqslant 2$. Encadrer x^2.
Attention : l'intervalle contient 0, il faut le découper.

Exercice 9 ⋆⋆

Comparer, en justifiant : **a.** $\sqrt{0{,}36}$ et 0,36 ; **b.** $\sqrt{9}$ et 9. Que remarque-t-on ?

Exercice 10 ⋆⋆

Résoudre graphiquement puis par le calcul l'équation $x^2 = x$.

Exercice 11 ⋆⋆

On sait que $-2 \leqslant x \leqslant -1$. Encadrer $\dfrac{1}{x}$, en justifiant par le sens de variation.

Exercice 12 ⋆⋆

Résoudre l'inéquation $x^2 \leqslant 9$.
Indication : factoriser $x^2 - 9$ et dresser un tableau de signes.

Exercice 13 ⋆⋆

Vrai ou faux ? Justifier (une justification ou un contre-exemple).

a. Si $a < b$, alors $a^2 < b^2$.
b. La fonction inverse est décroissante sur $\mathbb{R}^*$.
c. $\sqrt{x^2} = x$ pour tout réel x.
d. La fonction cube est croissante sur $\mathbb{R}$.

Exercice 14 ⋆⋆

Un carré a pour côté c (en cm).

a. Exprimer son aire $A(c)$.
b. Quelle fonction de référence reconnaît-on ? Sur quel intervalle a-t-elle un sens ici ?
c. Si le côté double, par quel nombre l'aire est-elle multipliée ? Justifier.

Exercice 15 ⋆⋆

Ranger dans l'ordre croissant, sans calculatrice : $\dfrac{1}{2}$; $\left(\dfrac{1}{2}\right)^2$; $\sqrt{\dfrac{1}{2}}$; $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3$.

Indication : tous ces nombres sont des images de $\dfrac{1}{2}$, qui appartient à $]0\,;1[$.

Série C ⋆⋆⋆ — Approfondissement

Exercice 16 ⋆⋆⋆

Résoudre l'inéquation $\dfrac{1}{x} \geqslant 2$ sur $]0\,;+\infty[$.
Indication : tout ramener d'un côté, puis tableau de signes.

Exercice 17 ⋆⋆⋆

Démontrer que la fonction carré est strictement croissante sur $[0\,;+\infty[$.
On prendra $0 \leqslant a < b$ *et on étudiera le signe de* $b^2 - a^2$.

Exercice 18 ⋆⋆⋆

a. Montrer que, pour tout $x > 0$, $\sqrt{x} > x$ équivaut à $x < 1$.
Indication : élever au carré est licite ici, les deux membres étant positifs.
b. Interpréter graphiquement ce résultat.

Exercice 19 ⋆⋆⋆

Résoudre l'équation $x^3 = x$.

Exercice 20 ⋆⋆⋆

Une boîte cubique a pour arête a (en cm).
a. Exprimer son volume $V(a)$ et l'aire totale $S(a)$ de ses six faces.
b. Calculer $V(2)$, $V(4)$, $S(2)$ et $S(4)$.
c. Quand l'arête double, par quel nombre le volume est-il multiplié ? Et l'aire ? Justifier par les fonctions de référence.