DEVOIR SURVEILLÉ

Probabilités

Durée : 1 heure · Calculatrice autorisée

Barème indicatif : Exercice 1 (4 pts) · Exercice 2 (5 pts) · Exercice 3 (6 pts) · Exercice 4 (5 pts). Les exercices sont indépendants. Toute loi de probabilité doit être accompagnée du contrôle de la somme.

Exercice 1 — Vrai / Faux (4 points)

Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant.

1. Deux événements incompatibles vérifient $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
2. Si $P(A) = 0{,}6$ et $P(B) = 0{,}7$, alors A et B peuvent être incompatibles.
3. Après quatre « pile » consécutifs, « face » a plus d'une chance sur deux de sortir au lancer suivant.
4. Le contraire de « obtenir au moins un six en trois lancers » est « n'obtenir aucun six ».

Exercice 2 — Une urne (5 points)

Une urne contient 12 jetons indiscernables au toucher : 5 rouges, 4 verts et 3 jaunes. On tire un jeton au hasard.

1. Donner la loi de probabilité de la couleur obtenue et vérifier la somme.
2. Calculer la probabilité d'obtenir un jeton rouge ou vert.
3. Calculer la probabilité de ne pas obtenir de jaune, de deux façons différentes.
4. On ajoute n jetons jaunes dans l'urne. Exprimer en fonction de n la probabilité d'obtenir un jaune, puis déterminer n pour qu'elle vaille 0,5.

Exercice 3 — Un tableau croisé (6 points)

Un sondage porte sur 500 personnes, réparties selon leur tranche d'âge et leur moyen de transport principal.

	Voiture	Transports	Vélo	Total
Moins de 30 ans	60	110	30	200
30 ans ou plus	180	90	30	300
Total	240	200	60	500

On choisit une personne au hasard. On note J « la personne a moins de 30 ans » et V « elle utilise la voiture ».

1. Vérifier la cohérence des totaux du tableau.
2. Calculer $P(J)$, $P(V)$ et $P(J \cap V)$.
3. Calculer $P(J \cup V)$ par la formule, puis vérifier par dénombrement direct.
4. Calculer $P\left(\overline{J}\right)$ et $P\left(\overline{J} \cap \overline{V}\right)$.

5. Comparer la proportion d'automobilistes chez les moins de 30 ans et chez les autres. Commenter.

Exercice 4 — Lancers et arbres (5 points)

On lance trois fois de suite une pièce équilibrée.

1. Construire l'arbre des issues et préciser leur nombre.
2. Calculer la probabilité d'obtenir trois fois le même côté.
3. Calculer la probabilité d'obtenir au moins un pile.
4. On lance maintenant la pièce n fois. Exprimer en fonction de n la probabilité d'obtenir au moins un pile, et déterminer le plus petit n pour lequel elle dépasse 0,999.