Chapitre 1. Fiche d'exercices n°1

Second degré

Série A ⋆ — Automatismes

Exercice 1 ⋆

Calculer le discriminant de chaque trinôme et préciser le nombre de racines.

a. $x^2 - 5x + 6$
b. $2x^2 + 3x + 5$
c. $x^2 - 6x + 9$
d. $-x^2 + 4x - 3$

Exercice 2 ⋆

Résoudre dans $\mathbb{R}$.

a. $x^2 - 5x + 6 = 0$
b. $x^2 + 2x - 15 = 0$
c. $2x^2 - 7x + 3 = 0$
d. $x^2 + x + 1 = 0$

Exercice 3 ⋆

Factoriser lorsque c'est possible.

a. $x^2 - 9$
b. $x^2 - 4x + 4$
c. $3x^2 - 12x + 9$
d. $x^2 + 4$

Exercice 4 ⋆

Mettre sous forme canonique $f(x) = x^2 - 6x + 5$ puis $g(x) = 2x^2 + 8x + 3$.

Exercice 5 ⋆

Soit $f(x) = -x^2 + 4x - 1$. Déterminer les coordonnées du sommet de la parabole, préciser s'il s'agit d'un maximum ou d'un minimum, et dresser le tableau de variations de f.

Exercice 6 ⋆

Étudier le signe de chaque trinôme sur $\mathbb{R}$.

a. $x^2 - x - 6$
b. $-2x^2 + 8$

Exercice 7 ⋆

Le trinôme $x^2 - 7x + 12$ admet deux racines. Donner leur somme et leur produit sans les calculer, puis les déterminer mentalement.

Série B ⋆⋆ — Application

Exercice 8 ⋆⋆

Résoudre dans $\mathbb{R}$.

a. $x^2 - 4x + 3 \leqslant 0$

b. $-x^2 + x + 6 > 0$

Exercice 9 ⋆⋆

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

a. Mettre $f(x)$ sous forme canonique et en déduire le sommet de la parabole.

b. Déterminer les points d'intersection de la courbe avec les deux axes.

c. Dresser le tableau de variations puis tracer l'allure de la courbe.

Exercice 10 ⋆⋆

Déterminer les valeurs du réel m pour lesquelles l'équation $x^2 + mx + 9 = 0$ admet une unique solution. Préciser alors cette solution dans chaque cas.

Exercice 11 ⋆⋆

Un rectangle a pour périmètre 40 mètres. On note x sa largeur, en mètres.

a. Exprimer sa longueur puis son aire $A(x)$ en fonction de x, et préciser les valeurs possibles de x.

b. Déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire est maximale, et donner cette aire.

c. Quelle est la nature du rectangle obtenu ?

Exercice 12 ⋆⋆

Soit $P(x) = 2x^2 - 5x - 3$.

a. Résoudre $P(x) = 0$ et factoriser $P(x)$.

b. Dresser le tableau de signes de P.

c. Résoudre l'inéquation $\dfrac{2x^2 - 5x - 3}{x - 1} \leqslant 0$.

Exercice 13 ⋆⋆

Déterminer deux nombres réels dont la somme vaut 12 et le produit 27.

Exercice 14 ⋆⋆

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$.

Exercice 15 ⋆⋆

Soit $f(x) = x^2 - 2x$ et $g(x) = x + 4$, de courbes respectives $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{D}_g$.

a. Déterminer les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{D}_g$.

b. Étudier la position relative des deux courbes.

Série C ⋆⋆⋆ — Approfondissement

Exercice 16 ⋆⋆⋆

Soit m un réel et $f_m(x) = x^2 + (m-2)x + m$.

a. Exprimer le discriminant $\Delta(m)$ en fonction de m.
b. Déterminer les valeurs de m pour lesquelles f_m admet deux racines distinctes.
c. Déterminer les valeurs de m pour lesquelles f_m n'a aucune racine.

Exercice 17 ⋆⋆⋆

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 6x + 11$.

a. Démontrer que $f(x) > 0$ pour tout réel x, de deux façons différentes.
b. Déterminer le minimum de f et l'abscisse en laquelle il est atteint.

Exercice 18 ⋆⋆⋆

Une entreprise fabrique et vend x centaines d'articles, avec $0 \leqslant x \leqslant 60$. Son bénéfice, en milliers d'euros, est modélisé par

$$B(x) = -0{,}5x^2 + 30x - 250.$$

a. Calculer le bénéfice réalisé pour 2 000 articles vendus.
b. Résoudre $B(x) = 0$ et en déduire les productions pour lesquelles l'entreprise est bénéficiaire.
c. Déterminer la production qui rend le bénéfice maximal, et donner ce bénéfice.
d. Déterminer les productions pour lesquelles le bénéfice dépasse 150 000 euros.

Exercice 19 ⋆⋆⋆

On note x_1 et x_2 les deux racines de $x^2 - 5x + 3 = 0$. *Sans les calculer*, déterminer :

a. $x_1 + x_2$ et $x_1 x_2$
b. $x_1^2 + x_2^2$
c. $\dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2}$
d. $(x_1 - x_2)^2$

Exercice 20 ⋆⋆⋆

Soit a, b, c trois réels avec $a > 0$, et $f(x) = ax^2 + bx + c$ de discriminant Δ. Démontrer que pour tout réel x,

$$f(x) \geqslant -\frac{\Delta}{4a},$$

et préciser en quelle valeur de x l'égalité est atteinte.