Chapitre 7. Fiche d'exercices n°1

# Application du produit scalaire

*Le plan est muni d'un repère orthonormé.*

## Série A ⋆ — Automatismes

### Exercice 1 ⋆

Donner un vecteur normal et un vecteur directeur de chaque droite.

a. $2x + 5y - 3 = 0$
b. $x - 4y + 7 = 0$
c. $y = 3x - 1$
d. $x = 2$

### Exercice 2 ⋆

Déterminer une équation de la droite passant par $A(2\,;-1)$ et de vecteur normal $\vec{n}(3\,;4)$.

### Exercice 3 ⋆

Calculer la distance du point $M$ à la droite $d$.

a. $M(1\,;2)$, $d : 3x + 4y - 1 = 0$
b. $M(0\,;0)$, $d : x - y + 5 = 0$

### Exercice 4 ⋆

Donner le centre et le rayon du cercle d'équation $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$.

### Exercice 5 ⋆

Dans un triangle, $b = 4$, $c = 6$ et $\widehat{A} = 60$. Calculer $a$.

### Exercice 6 ⋆

Déterminer une équation du cercle de centre $\Omega(-1\,;4)$ et de rayon 3.

### Exercice 7 ⋆

Compléter le carré : écrire $x^2 - 8x + y^2 + 2y$ sous la forme $(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 - k$.

## Série B ⋆⋆ — Application

### Exercice 8 ⋆⋆

Dans un triangle $ABC$, $AB = 8$, $AC = 5$ et $BC = 7$.

a. Calculer $\cos \widehat{A}$ par le théorème d'Al-Kashi.
b. En déduire une valeur approchée de $\widehat{A}$ en degrés.
c. Le triangle est-il acutangle ? Justifier en calculant les deux autres cosinus.

**Exercice 9** ⋆⋆

Soit $d$ la droite d'équation $2x - 3y + 6 = 0$ et $A(4\,;1)$.

a. Déterminer une équation de la perpendiculaire à $d$ passant par $A$.
b. Calculer les coordonnées du projeté orthogonal $H$ de $A$ sur $d$.
c. Calculer $AH$ de deux façons.

**Exercice 10** ⋆⋆

Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de chaque ensemble.

a. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$
b. $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 17 = 0$
c. $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 10 = 0$

**Exercice 11** ⋆⋆

Soit $A(1\,;3)$ et $B(7\,;-1)$.

a. Déterminer une équation du cercle de diamètre $[AB]$.
b. Le point $C(7\,;3)$ appartient-il à ce cercle ? Vérifier de deux façons.

**Exercice 12** ⋆⋆

Soit $A(0\,;0)$, $B(5\,;0)$ et $I$ le milieu de $[AB]$. Déterminer l'ensemble des points $M$ tels que $MA^2 + MB^2 = 37$.

**Exercice 13** ⋆⋆

Une droite $d$ a pour équation $4x - 3y + 2 = 0$.

a. Calculer la distance de l'origine à $d$.
b. Déterminer les points de l'axe des abscisses situés à la distance 2 de $d$.

**Exercice 14** ⋆⋆

Dans un triangle $ABC$, $AB = 6$, $AC = 9$ et $\widehat{A} = 120$.

a. Calculer $BC$ sous forme exacte.
b. Calculer l'aire du triangle sous forme exacte, sachant qu'elle vaut $\dfrac{1}{2}\, AB \times AC \times \sin \widehat{A}$.

**Exercice 15** ⋆⋆

Déterminer une équation du cercle passant par $A(1\,;1)$, de centre situé sur la droite $y = x$ et tangent à l'axe des abscisses.

## Série C ⋆⋆⋆ — Approfondissement

**Exercice 16** ⋆⋆⋆

Soit $A(-2\,;0)$ et $B(4\,;0)$. Déterminer et reconnaître l'ensemble des points $M$ tels que

$$MA^2 - MB^2 = 12.$$

**Exercice 17** ⋆⋆⋆

Soit $\mathcal{C}$ le cercle d'équation $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ et $d$ la droite d'équation $x + y - 1 = 0$.

a. Donner le centre et le rayon de $\mathcal{C}$.

b. Calculer la distance du centre à $d$ et en déduire la position relative de $\mathcal{C}$ et de $d$.

c. Déterminer les coordonnées des éventuels points d'intersection.

**Exercice 18** ⋆⋆⋆

Dans un triangle $ABC$, on note $a$, $b$, $c$ les longueurs des côtés et $m_a$ la longueur de la médiane issue de $A$.

a. Démontrer que $m_a^2 = \dfrac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4}$.

b. Application : calculer la médiane issue de $A$ dans le triangle de côtés $a = 7$, $b = 5$, $c = 6$.

**Exercice 19** ⋆⋆⋆

Soit $A(0\,;0)$ et $B(6\,;0)$. Déterminer l'ensemble des points $M$ tels que $\dfrac{MA}{MB} = 2$.

**Exercice 20** ⋆⋆⋆

Un terrain triangulaire a pour côtés 120 m, 150 m et 200 m.

a. Calculer le cosinus puis une valeur approchée du plus grand angle.

b. En déduire l'aire du terrain, arrondie au mètre carré.

c. Vérifier ce résultat par la formule de Héron : $\mathcal{A} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, où $p$ est le demi-périmètre.